

平成 29 年 度

試 験 問 題 ②

学 科 試 験

(9 時 ～ 12 時)

【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中をみてはならない。
2. 試験教科、試験科目、ページ、解答用紙および選択方法は下表のとおりである。

教 科	科 目	ペー ジ	解 答 用 紙 数	選 択 方 法
数 学	数 学	1 ～ 12	2 枚	数学、英語は必須解答とする。 理科は左の 3 科目のうちから 1 科目を選択せよ。
英 語	英 語	13 ～ 16	2 枚	
理 科	化 学	17 ～ 30	2 枚	
	生 物	31 ～ 48	6 枚	
	物 理	49 ～ 58	1 枚	

3. 監督者の指示に従って、選択しない理科科目を含む全解答用紙(13 枚)に受験番号と選択科目(理科のみ)を記入せよ。
 - ① 受験番号欄に受験番号を記入せよ。
 - ② 理科は選択科目記入欄に選択する 1 科目を○印で示せ。

上記①、②の記入がないもの、および理科 2 科目または理科 3 科目選択した場合は答案全部を無効とする。
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ。
5. 問題冊子の余白を使って、計算等を行ってもよい。
6. 試験開始後、問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせよ。
7. 解答用紙はいずれのページも切り離してはならない。
8. 解答用紙は持ち帰ってはならない。問題冊子は持ち帰ってよい。

—余 白—

(このページに問題はありません)

数 学

【1】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.

放物線: $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ 上に異なる2点 A, B をとり, 点 A の x 座標を a , 点 B の x 座標を b とする. ただし, $b > a$ で $\alpha > 0$ とする.

(1) 上記の放物線上の点 C での接線の傾きが直線 AB の傾きと等しいならば, 点 C の x 座標は ア である.

(2) 三角形 ABC の面積は イ である.

— 余白（計算用紙） —

【2】 以下の問いに答えよ. ただし, 答のみ記入すればよい.

関数

$$\log(x^3 + x - 16) - \log(2x - 7)$$

の極値とそのときの x の値を求めよ.

- 余白（計算用紙） -

【3】 以下の問いに答えよ. ただし, 答のみ記入すればよい.

n は正の整数とする. S_n を有限和

$$S_n = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n \frac{1}{6^{2i} + 6^i 6^j} \right) = \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{6^{2i} + 6^i 6^j} \right)$$

で定める. このとき, 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ.

- 余白（計算用紙） -

【4】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ. ただし, (ア) には適切な数を 2 個入れよ.

直線 l : $y = x$,

曲線 C : $y = 2\sqrt{x} - x$ ($x \geq 0$)

を考える.

(1) 直線 l と曲線 C は 2 点で交わり, それら交点の x 座標は ア である.

(2) 媒介変数 t を用いて直線 l 上の点を (t, t) で表す. このとき, 点 (t, t) を通り直線 l と直交する直線 m は,

直線 m : $y =$ イ $x +$ ウ

と表せ, $x \geq 0$ のとき直線 m と曲線 C の交点は (エ, オ) である.

(3) 直線 l と曲線 C で囲まれる部分を, 直線 l のまわりに 1 回転させてできる立体の体積は カ である.

— 余白 (計算用紙) —

【5】 以下の文章の空欄に適切な数, 式または数学記号を入れて文章を完成させよ.

4人のプレイヤーによるトーナメントを行う. プレイヤー A,B,C,D は自分の名前の書かれた玉をそれぞれ a, b, c, d 個持っている. ただし, a, b, c, d は正の整数である. トーナメントは次のようにして行う.

トーナメントルール: まず4人を2人ずつの2組に分け, それぞれの組で予選試合を1試合ずつ行う. 予選2試合それぞれの勝者が決勝に進み, 決勝1試合の勝者をトーナメントの優勝者とする.

試合は次のルールに従って行う.

試合ルール: 対戦する2人の持つ玉すべてを1つの袋に入れよくかきまぜた後, 袋から玉を1つ取り出す. 取り出した玉に名前が書かれているプレイヤーをその試合の勝者とする. 試合の終了後は, 試合で使った玉を対戦したプレイヤーそれぞれに返却する.

(1) A が予選で B と対戦する場合, A がトーナメントで優勝する確率は

$$\frac{a^2}{(a+b)(a+c)(a+d)} \left(a + \boxed{\text{ア}} \right)$$

である. 同様に, A が予選で C と対戦する場合や, D と対戦する場合に A がトーナメントで優勝する確率も求まる.

(2) 次に, 予選での A の対戦相手を次のように決めることとする. B, C, D の持つ玉すべてを1つの袋に入れてよくかきまぜた後, 袋から玉を1つ取り出す. 袋から取り出した玉に名前が書かれたプレイヤーと A が予選で対戦する. なお対戦相手決定後は, 対戦相手決定のために使った玉を B, C, D それぞれに返却する. 予選で A が B と対戦する確率は $\boxed{\text{イ}}$ である. 同様に, 予選で A が C と対戦する確率や, D と対戦する確率も求まる. よって, A がこのトーナメントで優勝する確率は

$$\frac{a^2}{(a+b)(a+c)(a+d)} \left(a + \boxed{\text{ウ}} \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+d} + \frac{1}{d+b} \right) \right)$$

である.

- 余白（計算用紙） -

【6】 以下の問いに答えよ。ただし、答だけでなく途中経過も記述せよ。

xy 平面の右半平面 ($x > 0$) で、自然対数関数 $y = \log x$ のグラフを考える。このグラフ上に相異なる 2 点 P, Q をとり、それぞれの点を通る法線をひき、その交点を R で表す。点 R は点 P, Q に依存して決まる。以下の問いに答えよ。

- (1) 最初は点 P を固定したまま、点 Q を点 P に近づける。つまり、点 P, Q を $P(x_1, \log x_1)$, $Q(x_2, \log x_2)$ で表したとき、 $x_2 \rightarrow x_1$ とする。このとき交点 R はある点 S に近づく。点 S の座標を (X, Y) とおくとき、 X, Y を x_1 を用いて表示せよ。
- (2) (1) で求めた点 S は点 P のみに依存して決まる。次に点 P がグラフ上を動くとき、点 P と点 S との距離が最短となるような点 P に対して点 S の座標を求めよ。

— 余白 (計算用紙) —