

数 学

1 ～ 10 ページ (問題は1, 3, 5, 7, 9ページにあります。)

注 意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答時間は75分間です。
3. 解答用紙はマークシート解答用紙1枚と記述式問題解答用紙1枚の合計2枚です。
4. マークシート解答用紙の記入にあたっては、解答用紙の注意事項を参照し、HBの鉛筆を使用して丁寧にマークしなさい。
5. 受験番号、氏名、フリガナをマークシート解答用紙に記入しなさい。受験番号は記入例を参照して、正しくマークしなさい。
6. 受験番号を、記述式問題解答用紙の所定欄に記入しなさい。
7. マークの訂正には、消しゴムを用い、消しえずは丁寧に取り除きなさい。
8. 試験開始後、ただちにページ数を確認し、落丁や印刷の不鮮明なものなどがあれば申し出なさい。
9. 試験終了後、解答用紙2枚を提出しなさい。問題冊子は持ち帰りなさい。
10. マークシート解答用紙は折り曲げないようにしなさい。

マークシート解答用紙の受験番号記入例

数字の位置	受 験 番 号				
	万	千	百	十	一
	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

問題 [1], [2], [3] は, 「マークシート解答用紙」に解答をマークしなさい. ただし, 解答を記入する際は, 分数は既約分数で答え, 平方根を含む解答は平方根の中をできるだけ簡単にして答えなさい. 問題[4], [5] は, 「数学記述式問題解答用紙」に解答しなさい.

[1]

$$(1) \frac{12}{2 + \sqrt{3} + \sqrt{7}} = \boxed{1} \sqrt{\boxed{2}} + \boxed{3} - \sqrt{\boxed{4} \boxed{5}}$$

$$(2) \text{ 三角形 } ABC \text{ は } AB = 2, BC = 1 + \sqrt{2}, \angle B = 60^\circ \text{ を満たしている. この三角形 } ABC \text{ の外接円の半径は } \frac{1}{\boxed{6}} \sqrt{\boxed{7} \boxed{8}} \text{ である.}$$

$$(3) m \text{ を実数とする. } x \text{ の 2 次方程式 } x^2 + mx - 2m + 4 = 0 \text{ が } -1 < x < 0 \text{ の範囲に異なる 2 つの実数解をもつための } m \text{ の値の範囲は}$$

$$-\boxed{9} + \boxed{10} \sqrt{\boxed{11}} < m < \frac{\boxed{12}}{\boxed{13}}$$

である.

$$(4) a \text{ を実数とする. 積分値 } \int_0^1 (ax^2 + x - a^2) dx \text{ は } a = \frac{\boxed{14}}{\boxed{15}} \text{ のとき最大値}$$

$$\frac{\boxed{16} \boxed{17}}{\boxed{18} \boxed{19}} \text{ をとる.}$$

[2]

(1) 不等式 $\log_3(2x+3) > \log_9(5x^2+5x+15)$ を解くと $\boxed{20} < x < \boxed{21}$ である.

(2) k を正数とする. 直線 $y = \frac{1}{6}x + k$ と曲線 $x^2 + y^2 - 12x - 2y + 33 = 0$ が接す

るとき $k = \frac{\sqrt{\boxed{22} \boxed{23}}}{\boxed{24}}$ である.

(3) 自然数 n に対して数列 $\{a_n\}$ を, $a_n = \frac{1}{2^n}(n^2 - 23n - 48)$ により定める.

数列 $\{a_n\}$ の最大値を与える n のうち, 最大のものは $n = \boxed{25} \boxed{26}$ である.

(4) 5 種類の数字 1, 2, 3, 4, 5 から重複を許して 4 個の数字を選び 4 桁の整数を作る. 作られた整数の千の位の数字を x , 百の位の数字を y , 十の位の数字を z , 一の位の数字を w とするとき, $x \leq y \leq z \leq w$ となる場合の数は全部で $\boxed{27} \boxed{28}$ 通りである.

- [3] 四面体 OABC において $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき,
 $|\vec{a}| = |\vec{c}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 4$, $\vec{c} \cdot \vec{a} = 5$ を満たしている. 以下の問
 に答えなさい.

(1) 三角形 ABC の面積は $\sqrt{\boxed{29} \boxed{30}}$ である.

(2) 辺 OA の中点を M とし, 頂点 O から辺 AB に垂線 OL を下す. 線分 BM と線
 分 OL の交点を N とするとき, $\overrightarrow{ON} = \frac{1}{\boxed{31} \boxed{32}} (\boxed{33} \boxed{34} \vec{a} + \boxed{35} \vec{b})$ である.

(3) 頂点 O から面 ABC へ垂線 OH を下すとき,
 $\overrightarrow{OH} = \frac{1}{\boxed{36}} (\boxed{37} \vec{a} + \vec{b} + \boxed{38} \vec{c})$ であり, 四面体 OABC の体積は
 $\frac{\boxed{39}}{\boxed{40}} \sqrt{\boxed{41}}$ である.

以下、「数学記述式問題解答用紙」に解答を記入しなさい。

[4] 関数 $y = x + \sqrt{4 - (x - 1)^2}$ (ただし $0 \leq x \leq 3$) について以下の問に答えなさい。

- (1) この関数の増減表を完成させてから、グラフの概形を描きなさい。

- (2) この関数の表す曲線， x 軸， y 軸および直線 $x = 3$ で囲まれる図形の面積を求めなさい。

- [5] a は $a > 1$ を満たす実数とする. 曲線 $y = \frac{1}{x}$ (ただし $x > 0$) 上の点 $(a, \frac{1}{a})$ における法線を n とする. 直線 $x = a$ に関して n と線対称な位置にある直線を $y = f(x)$ で表す. このとき, 連立不等式

$$\begin{cases} y \geq \frac{1}{x} \\ y \leq f(x) \end{cases}$$

で表される領域を D とする. 以下の間に答えなさい.

- (1) 直線 $y = f(x)$ を求めて, 曲線との交点を明示して領域 D を図示しなさい.
- (2) (x, y) を D の点とすると, $x + y$ の最小値と最大値を求めなさい.