

平成 10 年度入学試験問題

数 学 (理, 医, 歯, 工学部)

注 意 事 項

- この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 問題冊子は、全部で 6 ページある。(落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合は申し出ること。)
別に解答用紙がある。
- 解答は、すべて解答用紙の指定された箇所に記入すること。
- 受験番号は、各解答用紙の指定された 2 箇所に必ず記入すること。
- 受験学部、学科により解答すべき問題 (○印)、解答用紙の枚数及び解答時間は、下表のとおりである。

受 験 者	解答すべき問題 (○印)						解答用紙 の枚数	解答時間
	①	②	③	④	⑤	⑥		
理学部数学科	○	○	○	○	○	○	6 枚	150 分
理学部物理学科及び工学部	○	○	○	○	○		5 枚	120 分
理学部化学科、医学部及び歯学部	○	○	○	○			4 枚	90 分
理学部自然環境科学科	○	○	○				3 枚	75 分

- 旧教育課程履修者に対する経過措置として、問題②には、A 問題及び B 問題が出題されている。
 - 「新教育課程履修者」は、必ず A 問題を解答すること。誤って、B 問題を解答した場合は、採点の対象としないので注意すること。
 - 「旧教育課程履修者」は、A 問題又は B 問題のいずれかを選択し、解答すること。

「新教育課程履修者」とは、高等学校 (盲学校、聾学校及び養護学校の高等部を含む。) に平成 6 年 4 月以降に入学し、平成 10 年 3 月までに卒業又は卒業見込みの者をいう。(大学入試センター試験受験票に「新教育課程」と表示されている者)

「旧教育課程履修者」とは、上記以外の者をいう。

- 下書きは、問題冊子の余白を使用すること。
- 問題冊子は、持ち帰ること。

1

関数 $f(x) = \frac{1 + \log x}{x^2}$ ($x > 0$) について、次の問いに答えよ。ただし、必

要ならば $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ を用いてもよい。

- (1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ および、第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ。
- (2) $y = f(x)$ の増減、極値、凹凸を調べて、そのグラフの概形を描け。
- (3) $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t f(x) dx$ を求めよ。
- (4) $1 < a < b$ のとき、 $0 < f(a) - f(b) < b - a$ が成り立つことを示せ。

「新教育課程履修者」は、必ず 2—A 問題を解答すること。

「旧教育課程履修者」は、2—A 又は 2—B 問題のいずれかを選択し、解答すること。

「新旧教育課程履修者」とも、解答用紙の所定の欄に解答した問題の記号を記入すること。（新教育課程履修者は、必ず A と記入することとなる。）

2—A

$\alpha = 1 + i$, $\beta = 2 + 3i$ とする。複素数 z に複素数 $f(z) = \alpha z + \beta$ を対応させる。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $f(z) = z$ を満たす複素数 z を求めよ。この複素数を z_0 と表す。

(2) $z \neq z_0$ である複素数 z に対して、 $\frac{f(z) - z_0}{z - z_0}$ の値を求めよ。

(3) $z \neq z_0$ である複素数 z に対して、複素数平面上で、複素数 z_0 , z , $f(z)$ を表す点を、それぞれ、M, A, B とする。このとき、三角形 ABM はどんな形の三角形か。

2—B

（「新教育課程履修者」は、解答してはならない。）

(1) 座標平面において、点 F (4, 0) までの距離と直線 $x = 9$ までの距離の比が 2 : 3 であるような点 P の軌跡を求め、その概形を描け。

(2) $PF = r$ とおき、PF と x 軸の正の方向とのなす角を θ とおく。 r を θ で表せ。

3 実数 a に対して、行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ a & 5 \end{pmatrix}$ とする。等式

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdots \cdots (*)$$

について、次の問いに答えよ。ただし、 x, y は実数とする。

- (1) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ でないある $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ に対して、等式 $(*)$ が成り立つ実数 m を考える。

そのような実数 m が存在するような a の値の範囲を求めよ。

- (2) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ でないある $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ に対して、等式 $(*)$ が成り立つ実数 m を考える。

そのような実数 m がただ 1 つ存在するような a の値を求めよ。さらに、このときの m の値を求めよ。

- (3) a, m を (2) で求めた値とすると、等式 $(*)$ が成り立つ x と y の関係式を求めよ。

- (4) 2 つの数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ を $x_1 = 2, y_1 = 1,$

$$\begin{cases} x_{n+1} = 3x_n + 2y_n \\ y_{n+1} = -\frac{1}{2}x_n + 5y_n \end{cases} \quad (n = 1, 2, \cdots)$$

により定める。このとき、 x_n, y_n を求めよ。

4

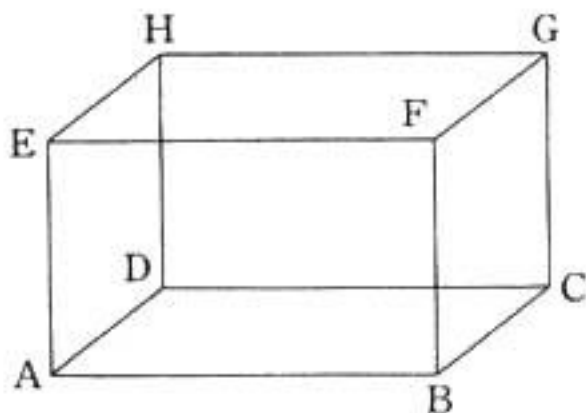
座標平面上を運動する点Pと点Qがある。点Pは点 $(0, 1)$ を出発して、曲線 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ ($x \geq 0$) 上を毎秒1の速さで動いている。点Pの t 秒後の座標を $(f(t), g(t))$ で表す。一方、点Qは点Pと同時に点 $(0, 3)$ を出発して、 x 軸に平行な直線 $y = 3$ 上を動いている。点Qの t 秒後の座標は $(t + \log(t + \sqrt{t^2 + 1}), 3)$ である。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $f(t)$, $g(t)$ を求めよ。

(2) 点Pと点Qが最も近づくのは何秒後であるか。また、そのときの点Pと点Qの距離を求めよ。

5 直方体 $ABCD - EFGH$ において $AB = 4$, $AD = 2$, $AE = 1$ とする。
 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{c}$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{BH}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表せ。
- (2) 内積 $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BH}$ を求めよ。
- (3) $\overrightarrow{AG}$ と $\overrightarrow{BH}$ のなす角が 120° より大きい小さいかを調べよ。



直方体 $ABCD - EFGH$

6 $1 < a$ とする。方程式

$$\sin \left(\frac{(x+a)^2}{32} \pi \right) = 0$$

の $-1 \leq x \leq 1$ の間にある解の個数を $N(a)$ で表す。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $N(a) = 0$ となる a の値の範囲を求めよ。
- (2) $N(a) = 3$ となる最小の a の値を求めよ。