

平成 10 年度入学試験問題

数 学（教育学部）

注 意 事 項

- 1 この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはならない。
 - 2 問題冊子は、全部で 4 ページある。（落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合は申し出ること。）
別に解答用紙が 3 枚ある。
 - 3 解答は、すべて解答用紙の指定された箇所に記入すること。
 - 4 受験番号は、各解答用紙の指定された 2 箇所に必ず記入すること。
 - 5 旧教育課程履修者に対する経過措置として、問題 [3] と [4] には、それぞれ [A] 問題及び [B] 問題が出題されている。
 - (1) 「新教育課程履修者」は、必ず [A] 問題を解答すること。誤って、[B] 問題を解答した場合は、採点の対象としないので注意すること。
 - (2) 「旧教育課程履修者」は、[A] 問題又は [B] 問題のいずれかを選択し、解答すること。
- 「新教育課程履修者」とは、高等学校（盲学校、聾学校及び養護学校の高等部を含む。）に平成 6 年 4 月以降に入学し、平成 10 年 3 月までに卒業又は卒業見込みの者をいう。（大学入試センター試験受験票に「新教育課程」と表示されている者）

「旧教育課程履修者」とは、上記以外の者をいう。
- 6 解答時間は、90 分である。
 - 7 下書きは、問題冊子の余白を使用すること。
 - 8 問題冊子は、持ち帰ること。

1

表面積 54 の円柱で体積のもっとも大きなものを作りたい。底面の円の半径が x で表面積が 54 の円柱を考えよ。

(1) この円柱の高さ h を x で表せ。

(2) この円柱の体積を x で表せ。

(3) この円柱の体積が最大になるときの x と h の値を求めよ。

2

三角形 ABC において、辺 BC の中点を M とし、線分 AM の上に点 P をとる。辺 AC と線分 BP の延長との交点を Q とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 P が線分 AM の中点のとき、 $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。
- (2) 点 P が線分 AM の中点のとき、 $\overrightarrow{AQ}$ を $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。
- (3) $\frac{AP}{AM} = x$ のとき、 $\overrightarrow{AQ}$ を $\overrightarrow{AC}$ と x を用いて表せ。

「新教育課程履修者」は、必ず③—A問題を解答すること。

「旧教育課程履修者」は、③—A又は③—B問題のいずれかを選択し、解答すること。

「新旧教育課程履修者」とも、解答用紙の所定の欄に解答した問題の記号を記入すること。(新教育課程履修者は、必ずAと記入することとなる。)

③—A

原点をOとする座標平面において、円 $x^2 + y^2 = r^2$ と半直線 $y = r - 2$ ($x \geq 0$)との交点をPとする。ただし、 $r > 1$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 点Pの座標を求めよ。

(2) 点Pは曲線

$$y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1 \quad (x > 0)$$

の上にあることを示せ。

(3) a を正の定数とする。点 $(a, f(a))$ をA、曲線 $y = f(x)$ 上の点Aにおける接線を m とする。また、原点Oを通過して接線 m に平行な直線と直線 $x = a$ との交点をBとする。このとき、三角形ABOは二等辺三角形であることを証明せよ。

(4) 原点Oから点Aに向かって出た光がこの曲線 $y = f(x)$ で反射するとき、反射した光はどのような直線の上にあるか。ただし、光は直進し、反射した光線と点Aにおける接線 m とのなす角は線分OAと接線 m とのなす角に等しくなるように反射するものとする。

③—B (「新教育課程履修者」は、解答してはならない。)

正三角形ABCに半径1の円 C_0 が内接している。正三角形ABC内に円 C_i ($i = 1, 2, \dots$)を円 C_{i-1} に外接し、かつ辺AB、辺ACに接するように描く。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 円 C_1 の半径を求めよ。

(2) n 個の円 $C_0, C_1, \dots, C_{n-1}$ の面積の和が $\frac{28}{25}\pi$ 以上になる最小の正の整数 n の値を求めよ。

「新教育課程履修者」は、必ず **4**—**A** 問題を解答すること。

「旧教育課程履修者」は、**4**—**A** 又は **4**—**B** 問題のいずれかを選択し、解答すること。

「新旧教育課程履修者」とも、解答用紙の所定の欄に解答した問題の記号を記入すること。(新教育課程履修者は、必ず **A** と記入することとなる。)

4 — **A**

$\alpha = 1 + i$, $\beta = 2 + 3i$ とする。複素数 z に複素数 $f(z) = \alpha z + \beta$ を対応させる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(z) = z$ を満たす複素数 z を求めよ。この複素数を z_0 と表す。
- (2) $z \neq z_0$ である複素数 z に対して、 $\frac{f(z) - z_0}{z - z_0}$ の値を求めよ。
- (3) $z \neq z_0$ である複素数 z に対して、複素数平面上で、複素数 z_0 , z , $f(z)$ を表す点を、それぞれ、 M , A , B とする。このとき、三角形 ABM はどんな形の三角形か。

4 — **B** (「新教育課程履修者」は、解答してはならない。)

実数 a に対して、行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ a & 5 \end{pmatrix}$ とする。等式

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \dots\dots\dots (*)$$

について、次の問いに答えよ。ただし、 x , y は実数とする。

- (1) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ でないある $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ に対して等式 $(*)$ が成り立つ実数 m を考える。そのような実数 m が存在するような a の値の範囲を求めよ。
- (2) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ でないある $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ に対して等式 $(*)$ が成り立つ実数 m を考える。そのような実数 m がただ1つ存在するような a の値を求めよ。さらに、このときの m の値を求めよ。
- (3) a , m を(2)で求めた値とするとき、等式 $(*)$ が成り立つ x と y の関係式を求めよ。