

平成 11 年度入学試験問題

数 学

(教育人間科学, 経済学, 農学部)

注 意 事 項

- 1 この問題冊子は, 試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は, 全部で 4 ページある。(落丁, 乱丁, 印刷不鮮明の箇所などがあつた場合は申し出ること。
別に解答用紙が 4 枚ある。
- 3 解答は, すべて解答用紙の指定された箇所に記入すること。
- 4 受験番号は, 各解答用紙の指定された 2 箇所に必ず記入すること。
- 5 解答時間は, 90 分である。
- 6 下書きは, 問題冊子の余白を使用すること。
- 7 問題冊子は, 持ち帰ること。

1 空間内に、平行四辺形 ABCD と点 P がある。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AP} = \vec{c}$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{BP}$, $\overrightarrow{CP}$, $\overrightarrow{DP}$ をそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表せ。

(2) 次の等式が成り立つことを示せ。ただし、 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ は $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ の内積を表す。

$$AP^2 + CP^2 = BP^2 + DP^2 + 2 \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$$

2

座標平面上で、 $A(1, 0)$, $P(x, y)$, $Q(x, -y)$ を、原点を中心とする半径1の円上の3点とする。ただし、 $y > 0$ とする。 $\triangle APQ$ の重心を G とし、

$$d = AG^2 + PG^2 + QG^2$$

とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 重心 G の座標を求めよ。

(2) d を x で表せ。

(3) d が最大となるときの x の値を求めよ。また、そのとき $\triangle APQ$ はどのような三角形か。

3 $f(x) = x^4 + x^3 + px^2 + (p-1)x - a^2$ とする。ただし $a > 0$ であり、 $f(a) = 0$ が成り立つとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $p = 1 - a^2$ であることを示せ。

(2) 方程式 $f(x) = 0$ を解け。

(3) $a = 1$ のとき、方程式 $f(x) = 0$ の 4 つの解は、複素数平面上で同一円周上にあることを示せ。

4 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ とする。直線 $y = mx$ は、曲線 $y = f(x)$ と点 $(1, f(1))$ で接し、点 $(-1, f(-1))$ で交わっている。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $a = -1$, $b = m - 1$, $c = 1$ であることを示せ。
- (2) 直線 $y = mx + k$ が、曲線 $y = f(x)$ と異なる3点で交わるような、定数 k の値の範囲を求めよ。
- (3) 関数 $f(x)$ が $x = 0$ で極大値をとるように、定数 m の値を定めよ。