

1

O を原点とする複素数平面上に、点 $A(2)$ があるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 A を、 O を中心に 30° 回転した点を B とするとき、 B を表す複素数を求めよ。
- (2) 直線 AB に関して O と対称な点を O' 、直線 OB に関して A と対称な点を A' 、直線 OA に関して B と対称な点を B' とするとき、 O' 、 A' 、 B' を表す複素数を求めよ。
- (3) 三角形 $O'A'B'$ は、どのような三角形か。

2 平行四辺形 ABCD において、4 辺 AB, BC, CD, DA 上にそれぞれ点 E, F, G, H を、 $HF \parallel AB$, $EG \parallel BC$ となるようにとり、2 直線 EF と AC の交点を M, 2 直線 HG と AC の交点を N とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AE} = p \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AH} = q \vec{b}$ とおくとき、 $\frac{1}{2} < p < 1$, $\frac{1}{2} < q < 1$ であるとして、次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{HG}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

(2) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AE} + s \overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AH} + t \overrightarrow{HG}$ とするとき、 s , t を p と q で表せ。

(3) 2 点 M, N は一致することを示せ。

3 xy 平面上に、曲線 $C: y = x^3 - x$ と C 上の点 $A(-1, 0)$ があるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 A を通る直線と C との共有点が、 A を含めて 2 個である場合を考える。
そのような 2 本の直線 l_1, l_2 を求めよ。
- (2) C と l_1 で囲まれた部分の面積、 C と l_2 で囲まれた部分の面積を求めよ。

4 xy 平面上の, 2 つの円 $C_1: x^2 + y^2 = r_1^2$, $C_2: x^2 + (y - 4)^2 = r_2^2$
($r_1 > 0$, $r_2 > 0$) について, 次の問いに答えよ。

- (1) 円 C_1 , C_2 それぞれの, 傾きが $\sqrt{3}$ の接線の方程式を求めよ。
- (2) $r_1 = 1$ とし, 傾きが $\sqrt{3}$ の円 C_1 の接線を l とする。 l が同時に円 C_2 の接線でもあるとき, r_2 の値を求めよ。
- (3) $r_1 = 1$ で r_2 が (2) で求めた値のとき, 2 円 C_1 , C_2 に共通な接線をすべて求めよ。