

- 1 連立不等式 $y \leq 2 - x^2$, $y \geq x$, $x \geq 0$ の表す領域を C とする。

$$f(x) = k + 1 - kx^2 \quad (k \text{ は実数})$$

とすると、次の問いに答えよ。

- (1) C の面積を求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ のグラフは、 k の値によらずつねに定点を通ることを示せ。
- (3) $k > 0$ のとき、連立不等式 $y \leq f(x)$, $y \geq x$, $x \geq 0$ の表す領域を D とする。この D の面積が、 C の面積の $\frac{1}{2}$ になるような k の値を求めよ。

2 x, y は次の不等式

$$0 < x, \quad 0 < y, \quad y \leq x^2, \quad (\log_2 xy)^2 \leq (\log_2 x)(\log_2 y^2) + 20$$

をすべて満たしているとする。 $X = \log_2 x$, $Y = \log_2 y$ とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 (X, Y) の存在する範囲を XY 平面に図示せよ。
- (2) $\log_2 xy$ の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの X, Y の値を求めよ。

3

2 次関数 $f(x) = x^2 - 2(k-1)x + 4k + 1$ (k は実数) について、次の問いに答えよ。

- (1) 2 次方程式 $f(x) = 0$ が虚数解をもつような k の値の範囲を求めよ。
- (2) $x = a + bi$ (a, b は実数) が 2 次方程式 $f(x) = 0$ の虚数解のとき、 a と b^2 を k で表せ。
- (3) 2 次方程式 $f(x) = 0$ の虚数解すべての集合を複素数平面上に図示せよ。

- 4 3つのベクトル $\vec{a}=(5, 0, 0)$, $\vec{b}=(3, 1, 0)$, $\vec{c}=(0, 0, 2)$ について,

$$\vec{d}=\vec{a}+s\vec{b}+t\vec{c} \quad (s, t \text{ は実数})$$

とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) s を固定したとき、 $|\vec{d}|$ が最小となる t の値を求めよ。
- (2) s, t がすべての実数を動くとき、 $|\vec{d}|$ が最小となる s, t の値を求め、そのときの、 $\vec{b}$ と $\vec{d}$ のなす角を求めよ。