

1

平行四辺形 ABCD において、対角線 BD を 3 : 4 に内分する点を E とし、点 F は辺 CD の延長上にあつて $CD = 3 DF$ をみたし、直線 AE と直線 CD の交点を G とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$ とおくとき、次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{AE}$ と $\overrightarrow{AF}$ を $\vec{b}$ と $\vec{d}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{AG}$ を $\vec{b}$ と $\vec{d}$ を用いて表せ。

(3) 直線 AG と直線 BF が垂直のとき、AB : AD を求めよ。

2

複素数平面上で、複素数 $\alpha = 1 - \sqrt{2}i$, $\beta = 1 + \sqrt{3} - (1 + \sqrt{2})i$ を表す点をそれぞれ $A(\alpha)$, $B(\beta)$ とする。点 A を中心として点 B を角 θ だけ回転した点を $P(z)$ とし、 z の実部を x , 虚部を y とする。ただし、 i は虚数単位で、 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) x と y を θ を用いて表せ。
- (2) y のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) 点 $P(z)$ が実軸上にあるとき、 θ と z を求めよ。

3

関数 $y = x^2$ のグラフ C と、定点 $A(0, a)$ ($a > 0$) を通り傾き t の直線 l との交点を P, Q とする。さらに、点 P における C の接線と点 Q における C の接線の交点を R とおく。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 R の座標を a と t を用いて表せ。
- (2) 三角形 PQR の面積 S を a と t を用いて表せ。
- (3) 三角形 PQR の重心を G とする。直線 l の傾き t が実数全体を動くとき、点 G の軌跡を求めよ。

4 a, b, c は定数で、 $a \neq 0$ とする。2次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ は、 $x = \frac{1}{2}$ のとき最大値 $\frac{13}{2}$ をとり、 $b = \int_{-1}^2 f(x) dx$ をみたす。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 2次関数 $f(x)$ を求めよ。

(2) 方程式 $xf(x) + x - k = 0$ の異なる実数解の個数を求めよ。ただし、 k は定数である。