

平成 19 年度入学試験問題

数 学 (理, 医, 歯, 工学部)

注 意 事 項

- 1 この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は、全部で5ページある。(落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあつた場合は申し出ること。) 別に解答用紙がある。
- 3 解答はすべて、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。
- 4 受験番号は、各解答用紙の指定された2箇所に必ず記入すること。
- 5 受験学部、学科により解答すべき問題(○印)、解答用紙の枚数及び解答時間は、下表のとおりである。

受 験 者	解答すべき問題(○印)					解答用紙の枚数	解答時間
	1	2	3	4	5		
理学部(数学科, 物理学科)及び工学部	○	○	○	○	○	5 枚	120 分
理学部(化学科, 生物学科, 自然環境科学科), 医学部及び歯学部	○	○	○	○		4 枚	90 分

- 6 下書きは、問題冊子の余白を使用すること。
- 7 問題冊子は、持ち帰ること。

1 平行四辺形 ABCD において、対角線 BD の中点を E、辺 AD を 3 : 2 に内分する点を F とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\triangle BCD$ の重心を G とするとき、 \overrightarrow{AG} を \vec{b} 、 \vec{d} で表せ。

(2) 直線 AE と直線 BF の交点を S とするとき、 \overrightarrow{AS} を \vec{b} 、 \vec{d} で表せ。

(3) 線分 AC の長さが 36 のとき、線分 SG の長さを求めよ。

2 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ として, 以下の問いに答えよ。

(1) 15^{15} は何桁の整数であるか。

(2) m, n は正の整数で $100m > 106n$ をみたしているとき, 不等式 $8^m > 9^n$ が成り立つことを示せ。

3

1 辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ がある。辺 OB の中点を M とし、点 P は辺 OC 上を動くものとする。線分 OP の長さを t とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) AP^2 , PM^2 を t で表せ。
- (2) $\angle PAM = \theta$ とするとき、 $\cos \theta$ を t で表せ。
- (3) $\triangle AMP$ の面積を t で表せ。
- (4) $\triangle AMP$ の面積の最小値を求めよ。

4 a を正の実数とし、 $x \geq 0$ で定義された関数 $f(x) = a\sqrt{x} e^{-\frac{ax}{2}}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最大値、最小値を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = 1$ で囲まれた部分を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 $V(a)$ を求めよ。
- (3) $0 < a_1 < a_2$ のとき、 $V(a_1) < V(a_2)$ となることを示せ。

5 座標平面において、直線 $y = x$ に関する対称移動を表す行列を A 、原点のまわりの -90° の回転移動を表す行列を B とする。このとき、次の問いに答えよ。ただし、 E は単位行列である。

- (1) 行列 A , B を求めよ。
- (2) $A^m = E$, $B^n = E$ となる最小の正の整数 m , n をそれぞれ求めよ。
- (3) $ABA = B^k$, $AB^2A = B^\ell$ をみたす最小の正の整数 k , ℓ をそれぞれ求めよ。
- (4) BA , B^2A , B^3A をそれぞれ AB^s ($s = 1, 2, 3$) の形で表せ。