

平成 22 年度入学試験問題

数 学

(人文学，教育学，経済学，農学部)

注 意 事 項

- 1 この問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は，全部で 4 ページある。(落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあつた場合は申し出ること。) 別に解答用紙が 4 枚ある。
- 3 解答はすべて，問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。
- 4 受験番号は，各解答用紙の指定された 2 箇所に必ず記入すること。
- 5 解答時間は，90 分である。
- 6 下書きは，問題冊子の余白を使用すること。
- 7 問題冊子は，持ち帰ること。

1

次の問いに答えよ。

(1) 不等式 $4 \log_4 x \leq \log_2(4 - x) + 1$ を解け。

(2) (1)で求めた x の範囲において、関数 $y = 9^x - 4 \cdot 3^x + 10$ の最大値、最小値とそのときの x の値をそれぞれ求めよ。

2 座標平面上の放物線 $y = (x + 1)(x - 3)$ を C とする。 x 座標が p, q である C 上の点 P, Q における C の 2 つの接線が点 $A(a, -7)$ で交わり、2 点 P, Q を通る直線の傾きは 2 である。ただし、 $p < q$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a の値と点 P と点 Q の座標をそれぞれ求めよ。
- (2) C および 3 つの直線 $x = p, x = q, y = -7$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

3 次の条件(ア)～(ウ)を満たす数列 $\{p_n\}$ について考える。

- (ア) $p_1 \leq p_2 \leq \cdots \leq p_n \leq \cdots$ である。
- (イ) $p_1, p_2, \cdots, p_n, \cdots$ はどれも自然数である。
- (ウ) $p_1, p_2, \cdots, p_n, \cdots$ の中にはすべての自然数 k が現れ、その個数は k 以上 $k+2$ 以下である。

条件(ア)～(ウ)を満たし、すべての自然数 k がちょうど k 個現れる数列

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, \cdots, \overbrace{k, k, \cdots, k}^{k \text{ 個}}, \cdots$$

を $\{a_n\}$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 項数 5 の数列で、数列 $\{p_n\}$ の初めの 5 項となり得るものをすべて挙げよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の第 210 項 a_{210} の値を求めよ。
- (3) $\sum_{i=1}^{50} p_i$ のとり得る最小の値を求めよ。

4 座標平面上の4点を $A(1, 1)$, $B(1, 2)$, $C(2, 2)$, $D(2, 1)$ とする。点 A に駒をおき、1個のさいころを投げて、出た目の数だけこれらの点の上を時計回りに駒を進める試行を考える。たとえば、出た目が5のとき、駒は $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B$ と進み B に止まる。1回目の試行で止まる点を P とし、駒を点 A に戻し、2回目の試行で止まる点を Q とする。このとき、次の問いに答えよ。ただし、 O は原点を表す。

- (1) O , P , Q が同一直線上にある確率を求めよ。
- (2) O , P , Q を通る2次関数 $y = f(x)$ のグラフがただ一通りに定まるとき、 P , Q の位置およびその2次関数をすべて求めよ。
- (3) O , P , Q が同一直線上にあるとき $X = 1$, また、 O , P , Q を通る2次関数 $y = f(x)$ のグラフがただ一通りに定まるとき $X = 2$, そのどちらでもないとき $X = 0$ とする。このとき、 X の期待値を求めよ。