

平成 23 年度入学試験問題

数 学

(人文, 教育, 経済, 農学部)

注 意 事 項

- 1 この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は、全部で4ページある。(落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあつた場合は申し出ること。) 別に解答用紙が4枚ある。
- 3 解答はすべて、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。
- 4 受験番号は、各解答用紙の指定された2箇所に必ず記入すること。
- 5 解答時間は、90分である。
- 6 下書きは、問題冊子の余白を使用すること。
- 7 問題冊子は、持ち帰ること。

1 $\triangle OAB$ において、 $OA = 1$ ， $OB = AB = 2$ とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。

実数 t に対して、

$$\overrightarrow{OP} = t \left(\vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \right)$$

とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

(2) $AP = BP$ を満たすとき、 t の値を求めよ。さらに線分 AP の長さを求めよ。

2 数直線上の動点 A がはじめ原点にある。動点 A は 1 秒ごとに数直線上を正の向きまたは負の向きにそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で指定された長さを移動するものとする。 n 秒後に動点 A が原点に戻る確率を p_n とする。ただし、 n は自然数とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 動点 A が 1 秒ごとに正の向きに 1 または負の向きに 1 移動するとき、 p_1 , p_2 , p_3 , p_4 を求めよ。
- (2) 動点 A が 1 秒ごとに正の向きに 2 または負の向きに 1 移動するとき、 p_6 を求めよ。

3 xy 平面上の 3 点を $O(0, 0)$, $A(4, 0)$, $B(3, 3)$ とする。2 点 O , A を通る放物線を $y = -ax^2 + bx$ とする。ただし, $a > 0$ とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) b を a の式で表せ。

(2) $y = -ax^2 + bx$ と x 軸とで囲まれた図形が, $\triangle OAB$ に含まれるような, a の値の範囲を求めよ。

(3) $y = -ax^2 + bx$ と x 軸とで囲まれた図形の面積が $\triangle OAB$ の面積の $\frac{1}{3}$ となるとき, a の値を求めよ。

4 a, b, c, d を正の実数とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 不等式 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ を示せ。

(2) 不等式 $\sqrt[4]{abcd} \leq \frac{a+b+c+d}{4}$ を示せ。

(3) 不等式 $\sqrt[4]{ab^3} \leq \frac{a+3b}{4}$ を示せ。