平成25年度入学試験問題

数　　学

（人文，教育，経済，農学部）

注　意　事　項

1　この問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはならない。

2　問題冊子は，全部で4ページある。（落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は申し出ること。）
　別に解答用紙が4枚ある。

3　**解答はすべて，問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。**

4　受験番号は，各解答用紙の指定された2箇所に必ず記入すること。

5　解答時間は，90分である。

6　下書きは，問題冊子の余白を使用すること。

7　問題冊子は，持ち帰ること。

1 正の実数 a, b に対して，次の連立不等式の表す領域を D とする。

$$\begin{cases} ax + y \leqq 6 \\ 0 \leqq x \leqq b \\ 0 \leqq y \end{cases}$$

次の問いに答えよ。

(1) $a = \dfrac{3}{2}$, $b = 3$ であるとする。点 $\mathrm{P}(x, y)$ が領域 D 内を動くとき，$5x + 2y$ の最大値と，そのときの x, y の値を求めよ。

(2) $a = \dfrac{3}{2}$, $b = 6$ であるとする。点 $\mathrm{P}(x, y)$ が領域 D 内を動くとき，$3x + y$ の最大値と，そのときの x, y の値を求めよ。

(3) $a = 5$ であるとする。点 $\mathrm{P}(x, y)$ が領域 D 内を動くとき，$4x + y$ の最大値と，そのときの x, y の値を求めよ。

2 一辺の長さが1の正方形ABCDを考える。点Pは，点B，Cを除いた辺BC上を動くとする。点Pを通り直線APと垂直な直線と辺CDとの交点をQとする。線分BPの長さをxとするとき，次の問いに答えよ。

(1) △CPQの面積Sを，xを用いて表せ。

(2) 面積Sの最大値と，そのときのxの値を求めよ。

(3) 線分AQの長さLの最小値と，そのときのxの値を求めよ。

3 正の整数 n に対して $a_n = \sqrt{1+n^2} - n$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) 不等式 $\dfrac{1}{2n+1} < a_n < \dfrac{1}{2n}$ が成り立つことを示せ。

(2) 不等式 $a_n > a_{n+1}$ が成り立つことを示せ。

(3) $a_n < 0.03$ となる最小の正の整数 n を求めよ。

4　1次関数$f(x)=px+q$に対して，xの係数pと定数項qを成分にもつベクトル$(p,\ q)$を$\vec{f}$とする。つまり，$\vec{f}=(p,\ q)$とする。次の問いに答えよ。

(1)　定積分

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}(kx+l)(mx+n)\,dx$$

を求めよ。ただし，k，l，m，nは定数である。

(2)　2つの1次関数$g(x)$と$h(x)$に対して，等式

$$\frac{1}{2\sqrt{3}}\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}g(x)h(x)\,dx=\vec{g}\cdot\vec{h}$$

が成り立つことを示せ。ただし，$\vec{g}\cdot\vec{h}$はベクトル$\vec{g}$，$\vec{h}$の内積を表す。

(3)　等式

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}(2x+1)^2dx\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}\{g(x)\}^2dx=\left\{\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}(2x+1)g(x)\,dx\right\}^2$$

を満たし，$g(0)=-2$であるような1次関数$g(x)$を求めよ。