

- (1) $P(x) = (x-1)\{x^2 + (-a+1)x + 1\}$ と変形できるので、
 $P(x)$ を $x-1$ で割ったときの商は

$$\underline{x^2 + (-a+1)x + 1} \quad \cdots \cdots \text{(答)}$$

- (2) $x^2 + (-a+1)x + 1 = 0$ が虚数解を持てばよいので、

$$(-a+1)^2 - 4 < 0$$

$$a^2 - 2a - 3 < 0$$

$$(a+1)(a-3) < 0$$

$$\text{よって, } -1 < a < 3$$

$$a \text{ は整数ゆえ, } \underline{a = 0, 1, 2} \quad \cdots \cdots \text{(答)}$$

- (3) $x^2 + (-a+1)x + 1 = 0$ の解が整数となればよいので、2つの解を α, β とすれば

$$\begin{cases} \alpha + \beta = a - 1 & \cdots \cdots \text{①} \end{cases}$$

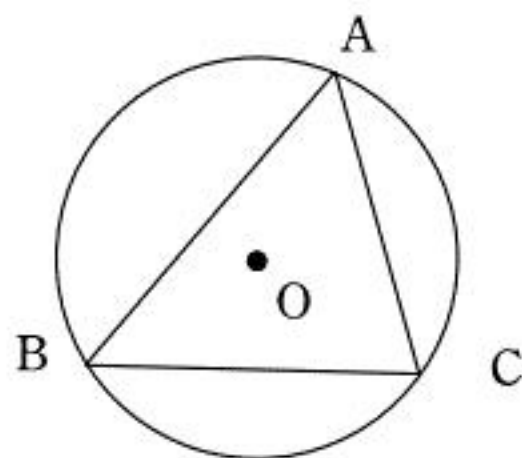
$$\begin{cases} \alpha\beta = 1 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\alpha, \beta \text{ は整数ゆえ, ②より } (\alpha, \beta) = (1, 1) \text{ または } (-1, -1)$$

$$(\alpha, \beta) = (1, 1) \text{ のとき, ①より, } a = 3$$

$$(\alpha, \beta) = (-1, -1) \text{ のとき, ①より, } a = -1$$

$$\text{したがって, } \underline{a = 3, -1} \quad \cdots \cdots \text{(答)}$$



$$4\vec{a} + 3\vec{b} + 5\vec{c} = \vec{0} \quad \text{より,}$$

$$5\vec{c} = -4\vec{a} - 3\vec{b}$$

$$25|\vec{c}|^2 = 16|\vec{a}|^2 + 24\vec{a} \cdot \vec{b} + 9|\vec{b}|^2$$

$$|\vec{a}|^2 = |\vec{b}|^2 = |\vec{c}|^2 = 25 \quad \text{より, } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

同様に,

$$4\vec{a} = -3\vec{b} - 5\vec{c}$$

$$16|\vec{a}|^2 = 9|\vec{b}|^2 + 30\vec{b} \cdot \vec{c} + 25|\vec{c}|^2$$

$$30\vec{b} \cdot \vec{c} = -18 \cdot 25$$

$$\text{よって, } \vec{b} \cdot \vec{c} = -15$$

同様に,

$$3\vec{b} = -4\vec{a} - 5\vec{c}$$

$$9|\vec{b}|^2 = 16|\vec{a}|^2 + 40\vec{c} \cdot \vec{a} + 25|\vec{c}|^2$$

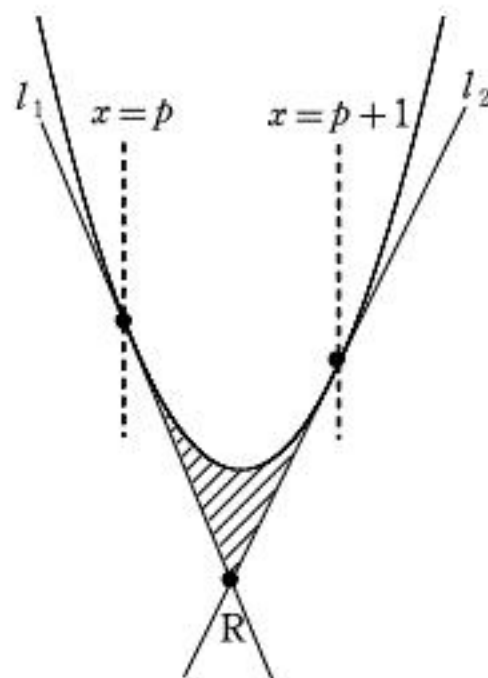
$$\text{よって, } \vec{c} \cdot \vec{a} = -20$$

$$(1) \quad 100 + 3\vec{a} \cdot \vec{b} + 5\vec{c} \cdot \vec{a} = 100 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-20) = 0 \quad (\text{証明終})$$

$$(2) \quad \underline{\vec{a} \cdot \vec{b} = 0, \vec{b} \cdot \vec{c} = -15, \vec{c} \cdot \vec{a} = -20} \quad \dots\dots (\text{答})$$

$$(3) \quad |\overline{OG}|^2 = \left| \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3} \right|^2 = \frac{1}{9} (|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{b} \cdot \vec{c} + 2\vec{c} \cdot \vec{a}) = \frac{5}{9}$$

$$\text{よって, } \underline{|\overline{OG}| = \frac{\sqrt{5}}{3}} \quad \dots\dots (\text{答})$$



(1) $f'(x) = 2x - 2$ より l_1 は

$\begin{cases} \text{傾き} & 2p-2 \\ \text{接点} & (p, p^2-2p+2) \end{cases}$ の直線であるから、

$$y - (p^2 - 2p + 2) = (2p - 2)(x - p)$$

よって、 $y = (2p - 2)x - p^2 + 2$ ……(答)

p に $p+1$ を代入したものが l_2 であるから、

l_2 は $y = 2px - p^2 - 2p + 1$ ……(答)

$$(2) \quad \begin{cases} y = (2p-2)x - p^2 + 2 \\ y = 2px - p^2 - 2p + 1 \end{cases} \text{を連立して解いて} \begin{cases} x = p + \frac{1}{2} \\ y = p^2 - p + 1 \end{cases}$$

$$\underline{R\left(p + \frac{1}{2}, p^2 - p + 1\right)} \quad \dots\dots \text{(答)}$$

$$(3) \quad \int_p^{p+\frac{1}{2}} [(x^2 - 2x + 2) - \{(2p-2)x - p^2 + 2\}] dx + \int_{p+\frac{1}{2}}^{p+1} \{(x^2 - 2x + 2) - (2px - p^2 - 2p + 1)\} dx$$

$$= \int_p^{p+\frac{1}{2}} (x-p)^2 dx + \int_{p+\frac{1}{2}}^{p+1} (x-p-1)^2 dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}(x-p)^3 \right]_p^{p+\frac{1}{2}} + \left[\frac{1}{3}(x-p-1)^3 \right]_{p+\frac{1}{2}}^{p+1} = \underline{\frac{1}{12}} \quad \dots\dots \text{(答)}$$

(1),(2)

a_n	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	 (答)
値	0	(3)	2	1	0	(6)	5	4	3	(9)	
	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	a_{20}	
	8	7	6	(12)	11	10	9	(15)	14	13	
	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	a_{27}	a_{28}	a_{29}	a_{30}	
	12	(18)	17	16	15	(21)	20	19	18	(24)	
	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}	a_{37}	a_{38}	a_{39}	a_{40}	
	23	22	21	(27)	26	25	24	(30)	29	28	
	a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}	a_{45}	a_{46}	a_{47}	a_{48}	a_{49}	a_{50}	 (答)
	27	(33)	32	31	30	(36)	35	34	33	(39)	

(3)

 a_1 と a_{50} を除き、

4 個ずつのかたまりと見れば、初項 6、末項 138、項数 12 の等差数列であるから、

$$\sum_{k=1}^{50} a_k = a_1 + a_{50} + \frac{6+138}{2} \cdot 12 = \underline{903} \quad \text{..... (答)}$$