

平成 27 年度入学試験問題

数 学

(人文, 教育, 経済, 農学部)

注 意 事 項

- 1 この問題冊子は, 試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は, 全部で 4 ページある。(落丁, 乱丁, 印刷不鮮明の箇所などがあつた場合は申し出ること。) 別に解答用紙が 4 枚ある。
- 3 解答はすべて, 問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。
- 4 受験番号は, 各解答用紙の指定された 2 箇所に必ず記入すること。
- 5 解答時間は, 90 分である。
- 6 下書きは, 問題冊子の余白を使用すること。
- 7 問題冊子は, 持ち帰ること。

1 整数 a に対して $P(x) = x^3 - ax^2 + ax - 1$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) $P(x)$ を $x - 1$ で割ったときの商を求めよ。

(2) 3 次方程式 $P(x) = 0$ が虚数解をもつような整数 a の値をすべて求めよ。

(3) 3 次方程式 $P(x) = 0$ のすべての解が整数となるような整数 a の値をすべて求めよ。

2 $\triangle ABC$ の外心を O とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。
 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ は

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 5, \quad 4\vec{a} + 3\vec{b} + 5\vec{c} = \vec{0}$$

をみたすとする。次の問いに答えよ。

(1) $100 + 3\vec{a} \cdot \vec{b} + 5\vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ が成り立つことを示せ。

(2) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{b} \cdot \vec{c}$ および $\vec{c} \cdot \vec{a}$ を求めよ。

(3) $\triangle ABC$ の重心を G とするとき、 $|\overrightarrow{OG}|$ の値を求めよ。

3 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ とする。放物線 $y = f(x)$ 上の点 $P(p, f(p))$ における接線を l_1 とし、放物線 $y = f(x)$ 上の点 $Q(p+1, f(p+1))$ における接線を l_2 とする。2 直線 l_1, l_2 の交点を R とする。ただし p は定数である。次の問いに答えよ。

(1) 直線 l_1, l_2 の方程式をそれぞれ p を用いて表せ。

(2) 交点 R の座標を p を用いて表せ。

(3) 放物線 $y = f(x)$ と 2 直線 l_1, l_2 とで囲まれた部分の面積を求めよ。

4 数列 $\{a_n\}$ を次の条件 (i) および (ii) をみたすように定める。

(i) $a_1 = 0, a_2 = 3$

(ii) 3 以上の自然数 n に対して、第 $(n-1)$ 項 a_{n-1} の値が初項 a_1 から第 $(n-2)$ 項 a_{n-2} までのどの項の値とも等しくないときは $a_n = a_{n-1} - 1$ であり、第 $(n-1)$ 項 a_{n-1} の値が初項 a_1 から第 $(n-2)$ 項 a_{n-2} までのどれかの項の値と等しいときは $a_n = a_{n-1} + 6$ である。

次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の第 3 項から第 10 項までの各項の値を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の第 50 項の値を求めよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 50 項までの和を求めよ。