

平成 29 年度入学試験問題

数 学 (理, 医, 歯, 工学部)

注 意 事 項

- 1 この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は、全部で5ページある。(落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあつた場合は申し出ること。)

別に解答用紙がある。
- 3 解答はすべて、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。
- 4 受験番号は、各解答用紙の指定された2箇所必ず記入すること。
- 5 受験学部、学科、選抜方法により解答すべき問題(○印)、解答用紙の枚数及び解答時間は、下表のとおりである。

受験学部(学科, 選抜方法)	解答すべき問題(○印)					解答用紙 の枚数	解答時間
	1	2	3	4	5		
理学部(選抜方法A)及び工学部	○	○	○	○	○	5 枚	120 分
理学部(選抜方法B, C)及び医学部(保健学科)	○	○	○	○		4 枚	90 分
医学部(医学科)及び歯学部		○	○	○	○	4 枚	90 分

- 6 下書きは、問題冊子の余白を使用すること。
- 7 問題冊子は、持ち帰ること。

1

式の展開に関する次の問いに答えよ。

(1) $(1 + x + y)^6$ の展開式における x^2y^3 の項の係数を求めよ。

(2) $(1 + x + xy)^8$ の展開式における x^5y^3 の項の係数を求めよ。

(3) $(1 + x + xy + xy^2)^{10}$ の展開式における x^8y^{13} の項の係数を求めよ。

2

座標空間内の次のような 4 点 A, B, C, D を考える。 A の座標は $(\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6})$, 3 点 B, C, D は, それぞれ x 軸, y 軸, z 軸上にある。さらに, これらの 4 点は同一平面上にあり, 四角形 $ABCD$ は平行四辺形である。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 3 点 B, C, D の座標を求めよ。
- (2) 平行四辺形 $ABCD$ の面積を求めよ。
- (3) 原点 O から平行四辺形 $ABCD$ を含む平面に垂線 OH を下ろす。
点 H の座標を求めよ。

3

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = \frac{1}{3}, \quad a_{n+1} = \frac{3a_n + 1}{a_n + 3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4, a_5 を求めよ。
- (2) 一般項 a_n を推測して、その結果を数学的帰納法によって証明せよ。
- (3) 不等式 $a_n > 1 - 10^{-18}$ を満たす最小の自然数 n を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

4

t は、 $t > \frac{1}{2}$ を満たす実数とする。座標平面上に楕円 $x^2 + 4y^2 = 1$ が与えられている。点 $P(-1, -t)$ からこの楕円に引いた接線のうちで y 軸と平行でない接線を ℓ 、その接点を $Q(a, b)$ とする。また、 x 軸、 y 軸および接線 ℓ で囲まれた部分の面積を $S(t)$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 点 $Q(a, b)$ における接線 ℓ の方程式は、 $ax + 4by = 1$ であることを示せ。

(2) a, b を、それぞれ t を用いて表せ。

(3) 面積 $S(t)$ を、 t を用いて表せ。

(4) 極限 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S(t)}{t}$ を求めよ。

5

$f(x) = xe^{1-x^2}$ とする。2つの曲線 $y = f(x)$ と $y = x^k$ で囲まれた部分の面積を S_k とする。ただし、 k は自然数とする。次の問いに答えよ。必要があれば

$$\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x^2} = 0$$

が成り立つことを用いてよい。

- (1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ および第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ の極値、グラフの凹凸と変曲点、および漸近線を求め、グラフの概形をかけ。
- (3) S_k を、 k を用いて表せ。
- (4) 次の条件(*)を満たす最小の自然数 n を求めよ。
 (*) すべての自然数 m に対して、 $4S_{2n-1} > 7S_{2m}$ が成り立つ。

