

平成 30 年度入学試験問題

数 学 (理, 医, 歯, 工学部)

注 意 事 項

- 1 この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は、全部で5ページある。(落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあつた場合は申し出ること。
別に解答用紙がある。
- 3 解答はすべて、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。
- 4 受験番号は、各解答用紙の指定された2箇所に必ず記入すること。
- 5 受験学部、学科、選抜方法により解答すべき問題(○印)、解答用紙の枚数及び解答時間は、下表のとおりである。

受験学部(学科、選抜方法)	解答すべき問題(○印)					解答用紙の枚数	解答時間
	1	2	3	4	5		
理学部(選抜方法A)及び工学部	○	○	○	○	○	5枚	120分
理学部(選抜方法B, C)及び医学部(保健学科)	○	○	○	○		4枚	90分
医学部(医学科)及び歯学部		○	○	○	○	4枚	90分

- 6 下書きは、問題冊子の余白を使用すること。
- 7 問題冊子は、持ち帰ること。

1

$OA = \sqrt{7}$, $OB = \sqrt{5}$, $AB = \sqrt{6}$ の $\triangle OAB$ の外接円の中心を C とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ として、次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{c}$, $\vec{b} \cdot \vec{c}$ を求めよ。

(2) $\vec{c} = s\vec{a} + t\vec{b}$ をみたす実数 s , t を求めよ。

(3) 点 O を座標平面上の原点にとり、点 A の座標を $(0, \sqrt{7})$ とする。
このとき点 B , C の座標をそれぞれ求めよ。ただし、点 B は第 1 象限にあるとする。

2

袋 A には赤玉 2 個と白玉 5 個，袋 B には赤玉 2 個が入っている。まず，袋 A から 3 個の玉を同時に取り出し，玉の色は確認せず，そのまま袋 B に入れ，よくかき混ぜて，袋 B から 2 個の玉を同時に取り出す。次の問いに答えよ。

- (1) 袋 A から取り出された 3 個の玉が，赤玉 1 個と白玉 2 個である確率，白玉 3 個である確率をそれぞれ求めよ。
- (2) 袋 B から取り出された玉が 2 個とも白玉である確率を求めよ。
- (3) 袋 B から取り出された玉が 2 個とも白玉であったとき，袋 B に白玉が残っている条件付き確率を求めよ。

3

座標平面上に点 $O(0, 0)$, $A(0, 1)$, $B(-1, 1)$, $C(-1, 0)$, $P(t, 0)$ がある。ただし, t は正の実数である。また, 線分 OA 上の点および線分 BC 上の点を通る直線 $\ell: y = ax + b$ がある。次の問いに答えよ。

- (1) 直線 ℓ が正方形 $OABC$ の面積を 2 等分するとき, a を b を用いて表せ。
- (2) 直線 ℓ が正方形 $OABC$ の面積を 2 等分し, さらに直角三角形 OAP の面積を 2 等分するとき, b を t を用いて表せ。
- (3) $t \rightarrow +0$ および $t \rightarrow \infty$ のときの (2) で求めた b の極限值をそれぞれ求めよ。

4

座標平面上の $x > 0$ の領域において、2つの曲線 $C_1: y = \frac{\log x}{x}$ と $C_2: y = \frac{k}{x}$ を考える。ここで、 k は正の実数である。曲線 C_1 と曲線 C_2 はただ1つの交点をもつので、その x 座標を a とする。 a が $1 < a < e$ の範囲にあるとき、次の問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底である。また、必要ならば $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ を用いてもよい。

- (1) k の値の範囲を求めよ。
- (2) 曲線 C_1 ，曲線 C_2 ，直線 $x = 1$ および直線 $x = e$ によって囲まれる図形の面積 S を k を用いて表せ。
- (3) 面積 S の最小値とそのときの k の値を求めよ。

5

自然数 n に対して、関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = \frac{1}{x^2 - x + 1} - \sum_{k=0}^n (-x)^{3k} (1+x)$$

と定める。ただし、 $(-x)^{3k}$ は $k=0$ のとき 1 とする。次の問いに答えよ。

(1) $f_n(x) = (-1)^{n+1} \frac{x^{3n+3}}{x^2 - x + 1}$ を示せ。

(2) $\left| \int_0^1 f_n(x) dx \right| \leq \frac{4}{3(3n+4)}$ を示せ。

(3) 無限級数

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{1}{3k+1} + \frac{1}{3k+2} \right)$$

の和を求めよ。