

[I]

$$x \text{ 座標は } \boxed{\frac{x+2a}{3}} \cdots \text{ア}, \quad y \text{ 座標は } \boxed{\frac{y-24}{3}} \cdots \text{イ}$$

$$Q \text{ の方程式は } y = \boxed{3x^2 - 4ax + \frac{4}{3}a^2 - 8} \cdots \text{ウ}$$

$$l \text{ の方程式は } y = \boxed{2ax - \frac{2}{3}a^2 + 4} \cdots \text{エ}$$

$$\text{範囲 } R \text{ は } \boxed{y \geq -8} \cdots \text{オ}$$

$$\text{範囲 } L \text{ は } \boxed{y \leq \frac{3}{2}x^2 + 4} \cdots \text{カ}$$

$$\boxed{-8 \leq u \leq 8} \cdots \text{キ}, \quad \boxed{-8 \leq v \leq 100} \cdots \text{ク}$$

$$M \text{ の面積は } \boxed{272} \cdots \text{ケ}$$

[II]

問1 平面 ABC の方程式の切片形は、 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ である. 点と平面の距離の公式より,

$$d = \frac{|0 + 0 + 0 - 1|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}. \quad (\text{証明終わり})$$

問2 $a = b = c$ のとき, 最小値は 9. … [答]

問3 最大値は $\frac{27}{2}$. このときの $a : b : c$ は $1 : 1 : 2$ または $1 : 2 : 2$. … [答]

[III]

問 1 $x = \lim_{n \rightarrow \infty} E(X_n) = \frac{3}{2(1+r)} - 1. \cdots$ [答]

問 2 $y = \lim_{n \rightarrow \infty} E(Y_n) = \frac{3}{4(1+r)}. \cdots$ [答]

問 3 $z = \lim_{n \rightarrow \infty} E(X_n Y_n) = \frac{9}{70}. \cdots$ [答]