

平成 20 年度個別学力検査問題

総 合 問 題

数 学

1 ～ 3 ページ

解答用紙 2 枚

物 理

4 ～ 7 ページ

解答用紙 2 枚

化 学

8 ～ 11 ページ

解答用紙 2 枚

生 物

12 ～ 17 ページ

解答用紙 2 枚

英 語

18 ～ 21 ページ

解答用紙 2 枚

試験時間 2 時間

注 意 事 項

- 1 受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 2 解答は、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 3 解答用紙には、うら、おもてにかかわらず、解答と受験番号のほかは、いっさい書き入れてはいけません。
- 4 本冊子の余白と、解答用紙についている白紙は、計算(下書き)用紙に使用してください。
- 5 本冊子は、持ち帰ってください。

問題 1 (数 学)

$n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、数列 $\{a_n\}$ は初項 c 、公差 d の等差数列で、数列 $\{b_n\}$ は初項 t 、公比 r の等比数列である。数列 $\{p_n\}$ と $\{q_n\}$ は(1)式のように数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ によって定義され、さらに数列 $\{g_n\}$ と $\{h_n\}$ は(2)式のように数列 $\{p_n\}$ と $\{q_n\}$ によって定義されている。

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_n \\ h_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_n \\ q_n \end{pmatrix} \quad (2)$$

ただし、 $a_n, b_n, g_n, h_n, p_n, q_n$ はそれぞれ数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{g_n\}, \{h_n\}, \{p_n\}, \{q_n\}$ の一般項を表す。また、 $d \neq 0, t > 0, r > 0$ とする。

問 1 c, d, n を用いて a_n と数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 $S_a(n)$ を表しなさい。また、 t, r, n を用いて b_n と数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和 $S_b(n)$ を表しなさい。

問 2 $\alpha = \log_{10} t, \beta = \log_{10} r$ とするとき、 α, n, b_n を用いて β を表しなさい。
 $n > 1,$

問 3 2 次正方行列 A を用いてベクトル $\begin{pmatrix} g_n \\ h_n \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$ との関係を

$$A \begin{pmatrix} g_n \\ h_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (3)$$

で表すとき、行列 A を求めなさい。

問 4 数列 $\{p_n\}$ が等差数列であることを示し、 c と d を用いてその初項と公差を表しなさい。また、数列 $\{q_n\}$ が等比数列であることを示し、 t と r を用いてその初項と公比を表しなさい。

問 5 $d > 0$, $n > 1$, $g_n > h_n$ とするとき、 c , n , $\lambda = \frac{g_n - h_n}{2}$ を用いて d を表しなさい。

問 6 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 100 項までの各項 $a_1, a_2, \dots, a_{100}$ の中から任意に 1 つを選ぶ試行において、選ばれた数が 50 より大きく、100 より小さい事象を E とし、選ばれた数が 80 より小さい事象を F とする。ここで、 $c = 4$, $d = 3$ とするとき、 E の確率 $P(E)$, F の確率 $P(F)$ および E と F の和事象の確率 $P(E \cup F)$ を求めなさい。

問題 2 (数 学)

頂点が $(2, 1)$ で、点 $(0, 5)$ を通る 2 次関数 $f(x)$ があり、

$g(x) = -xf(x) - 4x^2 + 8x - 2$ とする。

問 1 関数 $f(x)$ を求めなさい。

問 2 $y = g(x)$ の増減表を作って、そのグラフを書きなさい。

問 3 曲線 $y = g(x)$ の $x = t$ における接線の方程式を求めなさい。

問 4 曲線 $y = g'(x)$ と x 軸とで囲まれた部分で、一辺が x 軸と平行でかつ 2 つの頂点が曲線 $y = g'(x)$ 上にある長方形を作るとき、面積が最大となる長方形の 4 つの頂点の座標とその面積を求めなさい。

問 5 点 (x, y) から曲線 $y = g(x)$ に異なる 3 本の接線が引けるとき、点 (x, y) の存在する範囲を不等式で表し、またその範囲を図示しなさい。