

平成 21 年度個別学力検査問題

総 合 問 題

数 学

1 ～ 2 ページ

解答用紙 2 枚

物 理

3 ～ 6 ページ

解答用紙 2 枚

化 学

7 ～ 10 ページ

解答用紙 2 枚

生 物

11 ～ 15 ページ

解答用紙 2 枚

英 語

16 ～ 19 ページ

解答用紙 2 枚

試験時間 2 時間

注 意 事 項

- 1 受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 2 解答は、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 3 解答用紙には、うら、おもてにかかわらず、解答と受験番号のほかは、いっさい書き入れてはいけません。
- 4 本冊子の余白と、解答用紙についている白紙は、計算(下書き)用紙に使用してください。
- 5 本冊子は、持ち帰ってください。

問題 1 (数 学)

x と y に関する連立 1 次方程式

$$2(\sin \theta + \cos \theta)x + 2(\sin \theta - \cos \theta)y = a \quad (1)$$

$$2(\cos \theta - \sin \theta)x + 2(\sin \theta + \cos \theta)y = b \quad (2)$$

を考える。ただし、 a 、 b および θ を定数とする。また、ベクトル $\vec{p}$ とベクトル $\vec{q}$ をそれぞれ $\vec{p} = (a, b)$ 、 $\vec{q} = (x, y)$ と定義する。

問 1 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 、 $a = -\sqrt{3}$ 、 $b = 1$ のとき、(1)式を満たす $y = f(x)$ について関数 $f(x)$ を求め、さらに(1)式と(2)式の連立方程式の解を求めなさい。

問 2 a と b を用いて $\vec{q}$ の大きさ $|\vec{q}|$ を表し、さらに a 、 b および θ を用いて $\vec{p}$ と $\vec{q}$ の内積 $\vec{p} \cdot \vec{q}$ を表しなさい。

問 3 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 、 $a^2 + b^2 = 8$ とする。 $\tan \theta$ を用いて $(\vec{p} \cdot \vec{q})^2$ を表しなさい。さらに $\vec{p} \cdot \vec{q} = \sqrt{6}$ のとき、 $\tan \theta$ の値を求めなさい。

問 4 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 、 $a^2 + b^2 = 4$ の場合、 $(\vec{p} \cdot \vec{q})^2$ が極大になるような $\tan \theta$ および θ の値を求めなさい。

問 5 硬貨 3 枚を同時に投げる試行において、表の出る回数を X で表すとき、 X の期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めなさい。さらに問 1 で求めた関数 $y = f(x)$ に基づいて確率変数 Y を $Y = f(X)$ と定義したとき、 Y の期待値 $E(Y)$ と分散 $V(Y)$ を求めなさい。

問題 2 (数 学)

関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ は点 $A(2, f(2))$ で極値をとる。ただし、 a , b , c を定数とする。 $y = f(x)$ のグラフは点 $B(1, -2)$ を通り、しかも点 B に関して対称である。さらに、 $y = f(x)$ のグラフ上の点 C は点 B に関して点 A と対称である。

一方、関数 $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ と関数 $h(x) = x^2 - 2x + k - 1$ について、 $y = g(x)$ のグラフを曲線 G_1 , $y = h(x)$ のグラフを曲線 G_2 とする。ただし、 k を定数とする。

問 1 a , b , c を用いて点 C の座標を表しなさい。

問 2 a , b , c の値および点 C の座標を求めなさい。

問 3 $y = f(x)$ の増減表を作って、そのグラフを書きなさい。

問 4 曲線 G_1 と G_2 が異なる 3 点で交わるような k の値の範囲を求めなさい。

問 5 曲線 G_1 と G_2 は点 $D(2, 0)$ で交わる。このときの k の値を求め、さらに曲線 G_1 と G_2 で囲まれる部分の面積を求めなさい。