

平成 22 年度個別学力検査問題

総 合 問 題

数 学

1 ～ 2 ページ 解答用紙 2 枚

物 理

3 ～ 6 ページ 解答用紙 2 枚

化 学

7 ～ 10 ページ 解答用紙 2 枚

生 物

11 ～ 15 ページ 解答用紙 2 枚

英 語

16 ～ 19 ページ 解答用紙 2 枚

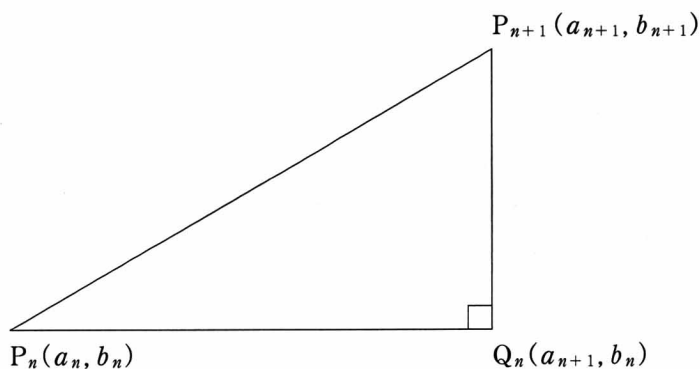
試験時間 2 時間

注 意 事 項

- 1 受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 2 解答は、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 3 解答用紙には、うら、おもてにかかわらず、解答と受験番号のほかは、いっさい書き入れてはいけません。
- 4 本冊子の余白と、解答用紙についている白紙は、計算(下書き)用紙に使用してください。
- 5 本冊子は、持ち帰ってください。

問題 1 (数 学)

自然数 n に対して, $\{a_n\}$ は初項 a , 一般項 a_n の数列であり, $\{b_n\}$ は初項 b , 一般項 b_n の数列である。座標平面上の点 $P_n(a_n, b_n)$, 点 $P_{n+1}(a_{n+1}, b_{n+1})$ と点 $Q_n(a_{n+1}, b_n)$ の座標は数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ によって与えられる。また, 点 P_n と点 P_{n+1} を通る直線の傾き g_n と $\triangle P_n P_{n+1} Q_n$ の面積 h_n は, それぞれ $g_n = cb_n$, $h_n = dg_n$ で定義され, 各点の位置関係は下図のようになる。ここで, h_n を一般項とする数列を $\{h_n\}$ で表し, また, $d > 0$, 任意の n について $a_{n+1} > a_n$, $h_n > 0$ と仮定する。



問 1 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ と $\{h_n\}$ の中から等差数列と等比数列を見つけ, それぞれの公差または公比を c と d で表しなさい。

問 2 数列 $\{a_n\}$ と数列 $\{b_n\}$ について, それぞれの一般項と, 初項から第 n 項までの和を a , b , c , d および n で表しなさい。

問 3 $d = \frac{1}{2}$ のとき, c の値の範囲を求めなさい。

問 4 $b = 1$, $d = \frac{1}{2}$, $4h_2 - 6h_1 - 1 = 0$ のとき, c の値を求めなさい。

問 5 P_1, P_2, P_3 と Q_1 の各点を用いて, $\alpha = \angle Q_1 P_1 P_2$, $\beta = \angle P_2 P_1 P_3$, $\theta = \angle Q_1 P_1 P_3$ と定義する。 $b = 1$, $c = \frac{2}{3}$, $d = \frac{1}{2}$ のとき, $\tan \alpha$, $\tan \beta$ と $\tan \theta$ を求めなさい。

問題 2 (数 学)

関数

$$f(t) = \sin^2 t + 2x \cos t$$

の t に関する最大値 $M(x)$ を x の関数とする。

問 1 $-1 < x < 1$ のとき, $M(x)$ を x を用いて表し, 曲線 $y = M(x)$ の概形を描きなさい。

問 2 曲線 $y = G(x) = 3x^2$ と $y = M(x)$ で囲まれる図形の面積を求めなさい。

問 3 直線 $y = x - 2$ 上の点 Q から, 曲線 $y = G(x)$ に引いた 2 本の接線 L_1, L_2 の接点の x 座標をそれぞれ a, b とする。点 Q の座標を a, b を用いて表しなさい。

問 4 2 本の接線 L_1, L_2 と曲線 $y = G(x)$ で囲まれる図形の面積の最小値を求めなさい。