

試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

平成 27 年度個別学力検査問題

総 合 問 題

数 学

1 ～ 2 ページ

解答用紙 2 枚

物 理

3 ～ 6 ページ

解答用紙 2 枚

化 学

7 ～ 10 ページ

解答用紙 2 枚

生 物

11 ～ 16 ページ

解答用紙 2 枚

英 語

17 ～ 22 ページ

解答用紙 2 枚

試験時間 2 時間

注 意 事 項

- 1 解答用紙に、受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 2 解答は、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 3 解答用紙には、うら、おもてにかかわらず、解答と受験番号のほかは、いっさい書き入れてはいけません。
- 4 本冊子の余白と、解答用紙についている白紙は、計算・下書き用のものです。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 6 本冊子は、持ち帰りなさい。

問題 1 (数 学)

数列 $\{a_n\}$ は初項 a 、公比 r の等比数列であり、その一般項を a_n で表す。また、数列 $\{b_n\}$ は一般項が $b_n = \log_2 a_n$ で定義され、その初項から第 n 項までの和を S_n で表す。ただし、 n は自然数である。次の各問に答えなさい。

問 1 $a_2 = 16$, $b_3 = 2$ とする。

- (1) r , a の値を求めなさい。
- (2) b_5 , S_5 の値を求めなさい。
- (3) 不等式 $S_n \geq 10$ を満たす n の値をすべて求めなさい。

問 2 $a = 2^{32}$, $\frac{a}{r} = 2^{35}$ とする。

- (1) r , a_{10} の値を求めなさい。
- (2) S_n が最大になるとき、 n および S_n の値を求めなさい。
- (3) 不等式 $S_n < 0$ を満たす n の最小値を求めなさい。

問 3 $x > -2$, $\beta = \frac{3\pi}{7}$, $\theta = \frac{\pi}{14}$ とする。

- (1) 次の 3 つの条件を同時に満たす x の値を求めなさい。

$$a = x + 2, \quad r = x + 3, \quad b_2 = 1 + \log_2(x + 8)$$

- (2) $\log_2 a = \cos^2 \beta + \sin \beta \cos \theta$, $\log_2 r = \sin^2 \beta + \cos \beta \sin \theta$ のとき、 b_2 の値を求めなさい。

- (3) $\log_2 a = \sin^2 \theta + \cos \beta \cos \theta$, $\log_2 r^2 = \frac{1}{2} \cos 2\theta - \sin \beta \sin \theta$ のとき、 b_3 の値を求めなさい。

問題 2 (数 学)

関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ を用いて、関数 $g(x)$ が

$$g(x) = \begin{cases} -ax^2 + 1 & \left(x < \frac{\sqrt{a}}{a}\right) \\ f(x) & \left(x \geq \frac{\sqrt{a}}{a}\right) \end{cases}$$

で定義されている。ただし、 a, b, c は定数で、 $a > 0$ とする。次の各問に答えなさい。

問 1 関数 $f(x)$ の導関数を求めなさい。

問 2 曲線 $C_1: y = f(x)$ は点 $\left(\frac{\sqrt{a}}{a}, 0\right)$ を通り、この点における曲線 C_1 の接線の傾きは $-2\sqrt{a}$ であるとする。

(1) b を a の式で表しなさい。また、 c の値を求めなさい。

(2) 関数 $g(x)$ が $x = 4$ で極小になるように、 a の値を定めなさい。

問 3 曲線 $C_2: y = g(x)$ は 2 点 $(2, -1)$, $(3, 0)$ を通る。また、曲線 C_2 と直線 $L: y = tx$ で囲まれる部分の面積を t の関数として $S(t)$ で表す。ただし、 $a = 1$, $0 \leq t \leq 2$ とする。このとき、 $S(t)$ の導関数の値は正である。

(1) b, c の値をそれぞれ求めなさい。

(2) $S(t)$ の最小値を求めなさい。

(3) $S(t)$ が最大値をとるとき、曲線 C_2 と直線 L のすべての交点の座標を求めなさい。また、 $S(t)$ の最大値を求めなさい。

