

試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

平成 28 年度個別学力検査問題

総 合 問 題

数 学

1 ～ 2 ページ 解答用紙 2 枚

物 理

3 ～ 6 ページ 解答用紙 2 枚

化 学

7 ～ 10 ページ 解答用紙 2 枚

生 物

11 ～ 16 ページ 解答用紙 2 枚

英 語

17 ～ 22 ページ 解答用紙 2 枚

試験時間 2 時間

注 意 事 項

- 1 解答用紙に、受験番号を忘れずに記入しなさい。
- 2 解答は、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 3 解答用紙には、うら、おもてにかかわらず、解答と受験番号のほかは、いっさい書き入れてはいけません。
- 4 本冊子の余白と、解答用紙についている白紙は、計算・下書き用のものです。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 6 本冊子は、持ち帰りなさい。

問題 1 (数 学)

原点 $O(0, 0)$ を中心とする半径 1 の円 C 上に点 P をとり、点 P における円 C の接線 L の方程式を $y = ax + b$ とする。接線 L は、 x 軸と点 A で、 y 軸と点 B で交わり、 $\triangle AOB$ の面積を S とする。また、 x 軸の正の向きを始線とし、それと直線 OP のなす正の角を θ で表す。ただし、

$$a > 0, b > 0 \quad \cdots \cdots (*)$$

とする。次の各問に答えなさい。

問 1 (1) 直線 OP の傾きを a を用いて表しなさい。

(2) a, b を $\sin \theta$ を用いて表しなさい。

(3) S を $\sin 2\theta$ を用いて表しなさい。

問 2 $\theta = \frac{2\pi}{3}$ とする。

(1) a, b, S の値をそれぞれ求めなさい。

(2) 点 A と点 B の座標を求めなさい。

(3) $\tan 2\theta$ の値を求めなさい。

問 3 $\theta < 2\pi$ とする。 S が最小になるとき、条件 $(*)$ の下で θ と S のそれぞれの値を求めなさい。

問 4 $\theta < 200\pi$ とする。 S が最小になるとき、条件 $(*)$ の下で θ がとりうるすべての値の和を π を用いて表しなさい。

問題 2 (数 学)

関数 $f(x) = x^2 - 4x + 5$ を用いて、放物線 $C: y = f(x)$ が定義されている。放物線 C 上の点 P の x 座標を t とし、原点 $O(0, 0)$ と x 軸上の点 $Q(t, 0)$ を考える。ただし、 $t > 0$ とする。次の各問に答えなさい。

問 1 線分 OQ と線分 PQ の長さの和を t の関数として $L(t)$ で表す。

- (1) $L(t)$ を t の式で表しなさい。
- (2) $L(t)$ が最小値をとるとき、 t と $L(t)$ の値をそれぞれ求めなさい。

問 2 放物線 C の頂点を A とする。

- (1) 点 A の座標を求めなさい。
- (2) 直線 OP が点 A を通るとき、直線 OP と放物線 C で囲まれた部分の面積を求めなさい。
- (3) 直線 OP が放物線 C の接線となるとき、 t の値と直線 OP の方程式を求めなさい。

問 3 $\triangle OPQ$ の面積を t の関数として $S_1(t)$ で表す。また、直線 OP と放物線 C および y 軸で囲まれた部分の面積を t の関数として $S_2(t)$ で表す。ただし、 $0 < t \leq 2$ とする。

- (1) $S_1(t)$ を t の式で表しなさい。また、関数 $S_1(t)$ の導関数 $S_1'(t)$ を求めなさい。
- (2) $S_1(t)$ の極大点と極小点をそれぞれ求めなさい。
- (3) $S_2(t)$ の最大値を求めなさい。