

1

(1) 数列 $u_0, u_1, u_2, \dots$ が

$$u_{n+2} - 3u_{n+1} + 2u_n = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (\text{i})$$

をみたしている. このとき

$$a_n = u_{n+1} - 2u_n$$

において, a_n を, u_0 と u_1 を用いて表せ.

また

$$b_n = u_{n+1} - u_n$$

において, b_n を, u_0 と u_1 を用いて表せ.

(2) 今(i)の数列 $u_0, u_1, u_2, \dots$ のどの u_n も 0 にならないとする. このとき

$$w_n = \frac{u_{n+1}}{u_n}$$

は,

$$w_{n+1} w_n = 3w_n - 2 \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (\text{ii})$$

をみたすことを示せ.

(3) (1)(2)の結果を使って, (ii)をみたし $w_0 = 3$ となる w_n を求めよ.

2

3次多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ と 2次多項式 $g(x) = x^2 + cx + 1$ があり、方程式 $g(x) = 0$ の解はすべて方程式 $f(x) = 0$ の解であるという条件が成り立っている.

- (1) $g(x) = 0$ が重解を持つ場合の c の値を求めよ.
- (2) $g(x) = 0$ が重解を持たない時, $f(x)$ は $g(x)$ で割り切れることを示し, さらに $x = -1$ は $f(x) = 0$ の解であることを示せ.
- (3) $a \neq b$ であるならば, $g(x) = 0$ が重解を持つことを示し, さらに $c = -2$ であることを示せ.

3

放物線 $P_1 : y = x^2$ と $P_2 : y = -(x - t)^2 + t + 1$ (t は実数) について以下の問に答えよ.

- (1) P_1 と P_2 が相異なる 2 点で交わるような t の範囲を求めよ.
- (2) t が(1)で求めた範囲にあるとき, P_1 と P_2 で囲まれた領域の面積を t の式で表せ.
- (3) t が(1)で求めた範囲にあるとき, (2)の面積の最大値を求めよ.