

(1) 数列  $u_0, u_1, u_2, \dots$  が

$$u_{n+2} - 3u_{n+1} + 2u_n = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (\text{i})$$

をみたしている. このとき

$$a_n = u_{n+1} - 2u_n$$

において,  $a_n$  を,  $u_0$  と  $u_1$  を用いて表せ.

また

$$b_n = u_{n+1} - u_n$$

において,  $b_n$  を,  $u_0$  と  $u_1$  を用いて表せ.

(2) 今(i)の数列  $u_0, u_1, u_2, \dots$  のどの  $u_n$  も 0 にならないとする. このとき

$$w_n = \frac{u_{n+1}}{u_n}$$

は,

$$w_{n+1} w_n = 3w_n - 2 \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (\text{ii})$$

をみたすことを示せ.

(3) (1)(2)の結果を使って, (ii)をみたし  $w_0 = 3$  となる  $w_n$  を求めよ.

2

$(0, 0, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 0),$   
 $(1, 0, 0), (1, 1, 0), (0, 1, 0)$ を頂点に持つ立方体を考える.

- (1)  $0 < k < 3$  とする. 平面  $x + y + z = k$  によるこの立方体の断面は何角形になるか  $k$  の値に応じて述べよ.
- (2)  $1 < k < 2$  のとき, (1)の多角形の各辺の長さを求めよ.
- (3)  $1 < k < 2$  のとき, (1)の多角形の面積  $S(k)$  を  $k$  の関数として求め, そのグラフを描け.
- (4)  $1 < k < 2$  のとき,  $S(k)$  の最大値はいくらか.
- (5)  $1 < k < 2$  で  $S(k)$  が最大値をとるときの断面はどのような図形となるか.

**3**

$a > 0$  とし,  $f(x) = ax^2$  とする. 放物線  $y = f(x)$  上の定点  $O(0, f(0))$ ,  $A(-1, f(-1))$ ,  $B(-2, f(-2))$ ,  $C(4, f(4))$  と動点  $P(p, f(p))$  を考える.  $p > -1$  とする.  $A$  における接線と  $P$  における接線の交点を  $Q$  とする.

- (1)  $\triangle BOC$  の面積を求めよ.
- (2)  $Q$  の座標を求めよ.
- (3)  $\triangle BOC$  の面積と  $\triangle AQP$  の面積が一致するときの  $p$  の値を求めよ.