

数 学 共 通

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。この指示に従わない答案は無効とする。

1

関数 $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$ について以下の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。
- (2) 直線 $y = kx$ と $y = f(x)$ の共有点の個数を k の値に応じて求めよ。

2

複素数平面上に3点 $A = 1 + i$, $B = i$, $C = 1$ を頂点とする三角形 ABC を考える. ただし, i は虚数単位を表す.

- (1) 点 z が三角形 ABC の周上を動くとき, iz^2 はどんな図形上を動くか. 図示せよ.
- (2) (1)で定められた図形で囲まれた領域の面積を求めよ.

3 長さ n (n は 3 以上の整数) の紐^{ひも}があり、一端から長さ $1, 2, \dots, n-1$ の所に目印がついている。これらを目印 1, 目印 2, $\dots$, 目印 $n-1$ と呼ぶことにする。

袋の中に○印のカードと×印のカードが多数入っている。袋からカードを取り出してはもどすという操作を $n-1$ 回行う。ただし、 k 回目 ($1 \leq k \leq n-1$) に取り出したときのカードが、

- (i) ○印なら何もせずカードを袋にもどす；
- (ii) ×印なら紐^{ひも}の目印 k のところにハサミを入れて切り、カードを袋にもどす。

この袋から 1 枚カードを取り出した時、○印のカードを引く確率は p であるとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 上の $n-1$ 回の操作が終わった後にちょうど r 本の紐^{ひも}の断片に切り分けられている確率を求めよ。
- (2) 上の $n-1$ 回の操作後の断片数の期待値を $E(n)$ とおく。 $E(n)$ は次の漸化式を満たしていることを示せ：

$$E(n+1) = E(n) + 1 - p.$$

- (3) 期待値 $E(n)$ を n と p の式で表せ。