

数 学 共 通

(数学科, 物理学科, 生物学科, 情報科学科用)

注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは, この冊子を開いてはいけない。

1. この冊子の本文は 3 ページである。印刷の不鮮明な部分, ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
2. 答案用紙には, すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	(氏 名)
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
4. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

数 学 共 通

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に
書くこと.

1 n を自然数とする. 以下の各問いに答えよ.

- (1) n を 3 で割った余りが 1 ならば, すべての自然数 m に対して n^m を 3 で割った余りは 1 であることを示せ.
- (2) n を 3 で割った余りが 2 ならば, すべての奇数 m に対して n^m を 3 で割った余りは 2 であることを示せ.
- (3) n^m を 3 で割った余りが 2 となる自然数 m があれば, n を 3 で割った余りも 2 であることを示せ.

2 以下の各問いに答えよ.

- (1) $\alpha < \beta$ を満たす実数 α, β に対して,

$$\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx = -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$$

を示せ.

- (2) 放物線 P を $y = -x^2 + 2x + 4$ で定める. 点 (p, q) が直線 $y = -2x + 1$ の上を動くとき, $y = (x - p)^2 + q$ で定める放物線 Q が P と共有点をもつような p の範囲を求めよ.

- (3) p が(2)で求めた範囲を動くとき, P と Q で囲まれた図形の面積の最大値を求めよ.

3 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ とおく.

(1) 曲線 $y = f(x)$ の点 $(a, f(a))$ における接線の方程式を $y = g(x)$ とおく. このとき, x に関する方程式 $f(x) - g(x) = 0$ が重解をもつことを示せ.

(2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $P_n(x_n, f(x_n))$ を次の条件(a), (b)で定める.

(a) P_1 を $(0, 0)$ とする.

(b) $n \geq 2$ について, P_{n-1} における曲線 $y = f(x)$ の接線は, P_{n-1} 以外の唯 1 点でこの曲線に交わる. この交点を P_n とおく.

(i) x_{n-1} と x_n との関係式を求めよ.

(ii) x_n を求めよ.