

数学・物理・化学・生物

注 意 事 項

試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。

1. 数学科、化学科、生物学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題、及び出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

物理学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

情報科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題、及び出願時に選択した問題(○印の科目から2科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

食物栄養学科、人間・環境科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

問題選択一覧表

(◎印：必須科目, ○印：選択科目)

学 科 名		数 学 専 門 ①	数 学 専 門 ②	数学③	物理④	物理⑤	化学⑥	化学⑦	生物⑧	生物⑨
理 学 部	数 学 科	◎				○		○		○
	物 理 学 科			◎	◎	◎				
	化 学 科					○	◎	◎		○
	生 物 学 科					○		○	◎	◎
	情 報 科 学 科		◎	○		○		○		○
生 活 科学部	食 物 栄 養 学 科					○		○		○
	人 間 ・ 環 境 科 学 科					○		○		○

2. この冊子の本文は35ページまでである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあった場合は申し出ること。

3. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	氏 名
----------	---	---	---	---	---	----	-----

4. この問題冊子及び下書用紙は持ち帰ること。

数 学 専 門 (A1)

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に
書くこと.

1 以下の各問いに答えよ. ただし, $\log x$ は x の自然対数を表す.

(1) $x > 0$ に対して

$$\frac{1}{x+1} < \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) < \frac{1}{x}$$

を示せ.

(2) 2 曲線 $y = \frac{1}{x}$, $y = \log\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ および 2 直線 $x = 1$, $x = a$ ($a > 1$)
で囲まれた図形の面積は $2 \log 2 - 1$ より小さいことを示せ.

- 2 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ について次の条件(*)を考える. ただし, a, b, c, d は実数を表す.

$$(*) \quad {}^tAA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = A^2, \quad A \neq \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A \neq \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

ここで ${}^tA = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ である. 以下の各問いに答えよ.

- (1) 行列 A が条件(*)を満たすことと, ある実数 θ を用いて

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}$$

と表されることとは同値であることを示せ.

- (2) 条件(*)を満たす行列 A, B, C に対して, その積 ABC も条件(*)を満たし, $ABC = CBA$ となることを示せ.

3 n を自然数とする.

- (1) $1 \leq i \leq n$ を満たす自然数 i に対して,

$$n \leq i(n+1-i) \leq \left(\frac{n+1}{2}\right)^2$$

を示せ.

- (2) $\sqrt{n^n} \leq n! \leq \left(\frac{n+1}{2}\right)^n$ を示せ.

4

6つの自然数 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ を次のように定める.

$$a_1 = 6, a_2 = 4, a_3 = 3, a_4 = 5, a_5 = 2, a_6 = 1.$$

さいころが1つあり、さいころを振る係の人 L 氏がいる. M 氏と N 氏がそれぞれ、辺の長さ1の正五角形 $A_1A_2A_3A_4A_5$ のいずれかの頂点におり、2人は次の(*)に従って進む.

(*) L 氏がさいころを1回振る. 出た目が i であるとき, M 氏は反時計回りに i 進み, N 氏は反時計回りに a_i 進む.

例えば, M 氏が A_1 にいて, N 氏が A_2 にいるとき, (*)を行ったらとする. 出た目が1であった場合, M 氏は A_2 に N 氏は A_3 に移動することになる.

以下の各問いに答えよ.

(1) 最初に M 氏と N 氏は、ともに頂点 A_1 にいる. (*)を1回行った後, M 氏と N 氏が同じ頂点にいる確率を p_0 とし, N 氏が M 氏より反時計回りに j ($j = 1, 2, 3, 4$) だけ先の頂点にいる確率を p_j とする. p_j ($j = 0, 1, 2, 3, 4$) を求めよ.

(2) 最初に M 氏と N 氏は、ともに頂点 A_1 にいる. (*)を3回行った後, M 氏と N 氏が同じ頂点にいる確率を求めよ.

