

数 学 共 通

(数学科, 物理学科, 生物学科, 情報科学科用)

注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは, この冊子を開いてはいけない。

1. この冊子の本文は 3 ページである。印刷の不鮮明な部分, ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
2. 答案用紙には, すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	(氏 名)
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
4. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

数 学 共 通

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと.

1 a, b, c, d を正の整数とし $\frac{c}{d} < \frac{a}{b}$ とする. 次の問いに答えよ.

(1) $\frac{c}{d} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{a}{b}$ が成り立つことを示せ.

(2) x, y を正の整数とし, $ad - bc = 1$ であり $\frac{c}{d} < \frac{y}{x} < \frac{a}{b}$ とする.

このとき $ax - by$ および $dy - cx$ が正の整数であることを示し

$$b + d \leq x, \quad a + c \leq y$$

が成り立つことを示せ.

2

次の問いに答えよ.

(1) (i) $y = x + \frac{1}{x}$ とおき, $x^3 + \frac{1}{x^3}$, $x^4 + \frac{1}{x^4}$ をそれぞれ y の多項式として表せ.

(ii) $\alpha^6 + \alpha^5 - 9\alpha^4 - 10\alpha^3 - 9\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$ をみたすすべての複素数 α を求めよ.

(2) n を自然数とし $a_1, a_2, \dots, a_n$ を正の実数とする. このとき次の不等式が成り立つことを示せ.

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n) \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq n^2$$

3

座標空間の点 $P(1, 0, 1)$ を考える. 点 Q が yz 平面上の円 $y^2 + (z - 3)^2 = 1$ の上を動くとき, 2 点 P, Q を通る直線と xy 平面との交点 R の描く図形の方程式を求めよ. またその図形の概形を xy 平面上に描け.