

平成 21 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(文教育学部, 生活科学部用)

注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは, この冊子を開いてはいけない。

1. この冊子の本文は 3 ページである。印刷の不鮮明な部分, ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
2. 答案用紙には, すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	(氏 名)
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
4. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

数 学 問 題

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと.

1 正の整数 n に対し n の正の約数すべての和を $\sigma(n)$ とおく. ただし, 1 と n も n の約数とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 素数 p , 正の整数 a に対し, $n = p^a$ とおく. $\sigma(n)$ を p と a で表せ.
- (2) 相異なる素数 p, q , 正の整数 a, b に対し, $n = p^a, m = q^b$ とおく. このとき,

$$\sigma(nm) = \sigma(n)\sigma(m)$$

が成立することを証明せよ.

- (3) 正の整数 a について $2^a - 1$ が素数とする. このとき, $n = 2^{a-1}(2^a - 1)$ とおくと,

$$\sigma(n) = 2n$$

が成立することを証明せよ.

2 次の問いに答えよ.

(1) 関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = |x^2 - 4x + 3|$$

$$g(x) = ax \quad (a > 0)$$

とおく. 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = g(x)$ が共有点を 4 つもつような定数 a の値の範囲を求めよ.

(2) 次の連立不等式の表す領域を図示し, その領域の面積を求めよ.

$$\begin{cases} y \geq |x^2 - 4x + 3| \\ y \leq x \end{cases}$$

3

次の問いに答えよ.

- (1) 方程式 $3x^2 - 6x + 2 = 0$ は 2 つの相異なる実数解をもち、それらはいずれも 0 でないことを示せ.
- (2) α, β を (1) の方程式の相異なる解とする. 自然数 n に対し $A_n = (\alpha^{-n} + \beta^{-n})(\alpha + \beta)^n$ とおく.
- (i) A_1, A_2 は整数となることを示せ.
- (ii) すべての自然数 n について A_n は整数となることを示せ.