

数 学 共 通

(数学科, 物理学科, 生物学科, 情報科学科用)

注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは, この冊子を開いてはいけない。

1. この冊子の本文は 3 ページである。印刷の不鮮明な部分, ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
2. 答案用紙には, すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	(氏 名)
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
4. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

数 学 共 通

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。

1 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = |x^2 - 4x + 3|$$

$$g(x) = ax \quad (a > 0)$$

とおく。曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = g(x)$ が共有点を 4 つもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

(2) 次の連立不等式の表す領域を図示し、その領域の面積を求めよ。

$$\begin{cases} y \geq |x^2 - 4x + 3| \\ y \leq x \end{cases}$$

2

次の問いに答えよ.

- (1) 方程式 $3x^2 - 6x + 2 = 0$ は 2 つの相異なる実数解をもち、それらはいずれも 0 でないことを示せ.
- (2) α, β を (1) の方程式の相異なる解とする. 自然数 n に対し $A_n = (\alpha^{-n} + \beta^{-n})(\alpha + \beta)^n$ とおく.
- (i) A_1, A_2 は整数となることを示せ.
- (ii) すべての自然数 n について A_n は整数となることを示せ.

3 a を正の数とし、次のような条件をみたす四面体 $OABC$ を考える.

$$\angle AOB = \angle AOC = 90^\circ$$

$$OB = 4, \quad BC = 5, \quad OC = 3, \quad OA = a.$$

- (1) $\angle BAC = \theta$ とおく. $\cos \theta$ を a を用いて表せ.
- (2) $\triangle ABC$ の面積を a を用いて表せ.
- (3) 球 S_1 が四面体 $OABC$ のすべての面と接しているとする. この球 S_1 の半径を a を用いて表せ.
- (4) 四面体 $OABC$ のすべての頂点が球 S_2 の表面上にあるとする. この球 S_2 の半径を a を用いて表せ.