

数学・物理・化学・生物

注 意 事 項

試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。

1. 数学科、化学科、生物学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題、及び出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

物理学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

情報科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から2科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

食物栄養学科、人間・環境科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

問題選択一覧表

(◎印：必須科目、○印：選択科目)

学 科 名		数 学 専 門 ①	数学③	物理④	物理⑤	化学④	化学⑤	生物④	生物⑤
理 学 部	数 学 科	◎			○		○		○
	物 理 学 科		◎	◎	◎				
	化 学 科				○	◎	◎		○
	生 物 学 科				○		○	◎	◎
	情 報 科 学 科		○		○		○		○
生 活 科 学 部	食 物 栄 養 学 科				○		○		○
	人 間 ・ 環 境 科 学 科				○		○		○

2. この冊子の本文は 34 ページまでである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあった場合は申し出ること。
3. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	(氏 名)
----------	---	---	---	---	---	----	-------

4. この問題冊子及び下書用紙は持ち帰ること。

数 学 専 門 ①

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。

- 1** 座標平面上の3点 $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$, $C(c_1, c_2)$ について考える。

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \text{ とおく.}$$

- (1) $I + J + J^2$, J^3 を求めよ。

- (2) $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = J^2 \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ のとき, 3点 A, B, C は正三角形をなすことを示せ。

- (3) 3点 A, B, C が異なり,

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + J \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} + J^2 \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

が成り立つとき, 三角形 ABC が正三角形となることを示せ。

2 $-2 \leq x \leq 2$ 上で関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}|x|, \quad g(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$$

によって定める.

- (1) $y = f(x)$ のグラフの概形を描け.
- (2) $g(x)$ を計算し, $y = g(x)$ のグラフの概形を描け.
- (3) $y = g(x)$ の逆関数 $y = g^{-1}(x)$ を求め, そのグラフの概形を描け.
- (4) $\int_0^1 (g^{-1}(x))^2 dx$ を計算せよ.
- (5) $y = g^{-1}(x)$ は $x = \frac{1}{2}$ で微分可能であることを示せ.

- 3 硬貨投げをしたとき、表、裏がそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で出る硬貨がある。この硬貨を用いて硬貨投げを n 回繰り返す。 $k = 1, 2, \dots, n$ に対し、 k 回目の硬貨投げの結果に応じて a_k を次で定める：

$$a_k = \begin{cases} 1 & k \text{ 回目の硬貨投げの結果が表のとき} \\ -1 & k \text{ 回目の硬貨投げの結果が裏のとき} \end{cases}$$

また、この a_k ($k = 1, 2, \dots, n$) を用いて n 次式 $f(x)$ を $f(x) = \sum_{k=1}^n a_k x^k$ で定める。

- (1) n が偶数のとき、 $f(x)$ が $x - 1$ で割り切れる確率を n を用いて表せ。
- (2) n が 4 の倍数のとき、 $f(x)$ が $(x - 1)(x + 1)$ で割り切れる確率を n を用いて表せ。
- (3) n が 2 以上の自然数のとき、 $f(2) = 2$ となる確率を n を用いて表せ。

4 放物線 $y = x^2$ を C_1 , C_1 と異なる放物線 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) を C_2 とする.

(1) $a = 1$ のとき, C_1 と C_2 の両方に接する直線は最大でも 1 本しか存在しないことを示せ.

(2) $a = 1$ のとき, 条件 $b \neq 0$ は条件
 C_1 と C_2 の両方に接する直線が 1 本だけ存在する
の必要十分条件であることを示せ.

(3) 条件 p_1, p_2, q_1, q_2 を次で定める.

p_1 : C_2 は下に凸である.

p_2 : C_2 は上に凸である.

q_1 : C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わる.

q_2 : C_1 と C_2 が交わらない.

$a \neq 1$ のとき, 条件

p : 「 p_1 かつ q_1 」または「 p_2 かつ q_2 」

は, 条件

q : C_1 と C_2 の両方に接する直線が 2 本存在する
の必要十分条件であることを示せ.