

数 学 共 通

(数学科, 物理学科, 生物学科用)

注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは, この冊子を開いてはいけない。

1. この冊子の本文は 3 ページである。印刷の不鮮明な部分, ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
2. 答案用紙には, すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	(氏 名)
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. 解答は, それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

1 座標平面上に動点 P が初め原点 $(0, 0)$ にある. 1 つのさいころをくり返し投げて, その出た目に応じて, 以下のように P を動かしていく.

(a) さいころの出た目が 1, 3, 5 であれば, P は x 軸に平行に正の向きに 1 動く.

(b) 出た目が 2, 4 であれば, P は y 軸に平行に正の向きに 1 動く.

(c) 出た目が 6 であれば, P は直線 $y = x$ に関して対称な点に動く.

以下の問いに答えよ.

(1) さいころを 2 回投げたときに P が点 $(1, 0)$ に動く確率を求めよ.

(2) さいころを 5 回投げたときに P が点 $(2, 3)$ に動く確率を求めよ.

(3) さいころを 5 回投げたときに P が直線 $x = 4$ 上の点に動く確率を求めよ.

- 2 座標平面上の点 (x, y) に対し $f(x, y)$, $g(x, y)$ を次で定める.

$$f(x, y) = (x - 3)^2 + y^2 - 4$$

$$g(x, y) = \sqrt{3}x - 4y$$

以下の問いに答えよ.

- (1) 連立不等式

$$f(x, y) \leq 0, g(x, y) \leq 0$$

の表す領域を D とする. D を図示せよ.

- (2) 円 $f(x, y) = 0$ と直線 $g(x, y) = 0$ の交点において, 円 $f(x, y) = 0$ と接する直線の方程式を求めよ.

- (3) D を (1) で定めた領域とする. 点 (x, y) が領域 D 内を動くとき, $ax + y$ の最大値, 最小値を求めよ. ただし, a は正の定数である.

3 放物線 $y = x^2$ を C , $y = -x^2 + 2x + 4$ を D とする. 実数 t を用いて表される D 上の点 $P(t, -t^2 + 2t + 4)$ における D の接線を l とする.

- (1) C と D が異なる 2 点で交わることを示し, その x 座標を求めよ.
- (2) 接線 l の方程式を $y = f(x)$ とする. $f(x)$ を求めよ.
- (3) (1) で求めた 2 交点の x 座標を a, b ($a < b$) とする. $a < t < b$ を満たす t に対して, (2) で求めた接線 l の方程式を $y = f(x)$ とする. 次の連立不等式の表す領域の面積を $S(t)$ とする.

$$\begin{cases} y \geq x^2 \\ y \leq f(x) \\ y \geq -x^2 + 2x + 4 \end{cases}$$

t が $a < t < b$ の範囲を動くとき, $S(t)$ が最小となる t の値と, そのときの $S(t)$ の値を求めよ.