

# 数学・物理・化学・生物

## 注 意 事 項

試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。

1. 数学科、化学科、生物学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題、及び出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

物理学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

情報科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から2科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

食物栄養学科、人間・環境科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

問題選択一覧表

(◎印：必須科目、○印：選択科目)

| 学 科 名     |                 | 数 学 専 門<br>① | 数学② | 物理① | 物理② | 化学① | 化学② | 生物① | 生物② |
|-----------|-----------------|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 理 学 部     | 数 学 科           | ◎            |     |     | ○   |     | ○   |     | ○   |
|           | 物 理 学 科         |              | ◎   | ◎   | ◎   |     |     |     |     |
|           | 化 学 科           |              |     |     | ○   | ◎   | ◎   |     | ○   |
|           | 生 物 学 科         |              |     |     | ○   |     | ○   | ◎   | ◎   |
|           | 情 報 科 学 科       |              | ○   |     | ○   |     | ○   |     | ○   |
| 生 活 科 学 部 | 食 物 栄 養 学 科     |              |     |     | ○   |     | ○   |     | ○   |
|           | 人 間 ・ 環 境 科 学 科 |              |     |     | ○   |     | ○   |     | ○   |

2. この冊子の本文は 35 ページまでである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあった場合は申し出ること。
3. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

|          |   |   |   |   |   |    |       |
|----------|---|---|---|---|---|----|-------|
| 受験<br>番号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 氏名 | (氏 名) |
|----------|---|---|---|---|---|----|-------|

4. この問題冊子及び下書用紙は持ち帰ること。

## 数 学 専 門 ㊤

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に  
書くこと。

- 1 実数  $a, b, c, d$  に対して、2 次正方行列  $A, O$  を次で定める。

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (1) 行列  $A$  が  $ad - bc = 0$  を満たすとき、

$$A = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r & s \end{pmatrix}$$

となるような実数  $p, q, r, s$  が存在することを示せ。

- (2) ある 2 次正方行列  $X, Y$  に対して  $XA \neq O, AY \neq O, XAY = O$   
が成立するとき、 $ad - bc \neq 0$  となることを示せ。

(1)  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  において

$$\frac{2}{\pi}x \leq \sin x \leq x$$

が成り立つことを示せ.

(2)  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  において,  $D_1$  を曲線  $y = \sin x$  と 2 直線  $y = x$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  で囲まれた図形とし,  $D_2$  を曲線  $y = \sin x$  と直線  $y = \frac{2}{\pi}x$  で囲まれた図形とする.  $D_1$ ,  $D_2$  の面積を求め, どちらの面積が大きいか調べよ.

(3)  $D_2$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積を求めよ.

3

$\triangle ABC$  が与えられているとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 辺  $AB$  上の点  $P$ , 辺  $AC$  上の点  $Q$  が, それぞれ  $AP:PB = s:1-s$ ,  $AQ:QC = t:1-t$  と辺  $AB$ ,  $AC$  を内分するように与えられているとする (即ち  $0 < s < 1$ ,  $0 < t < 1$  とする)。直線  $PQ$  が  $\triangle ABC$  の重心を通るための必要十分条件は  $3st = s + t$  であることを示せ。
- (2) 直線  $l$  を  $\triangle ABC$  の重心を通る直線とする。  $l$  によって,  $\triangle ABC$  はふたつの図形 (三角形と四角形, またはふたつの三角形) に分割される。これらの図形の面積のうち, 大きい方を  $S_1$ , 小さい方を  $S_2$  とする。ただし, 面積が等しい場合も同じ記号を用い,  $S_1 = S_2$  とする。
- (i)  $l$  が  $\triangle ABC$  のいずれかの頂点を通ることは  $S_1 = S_2$  となるための必要十分条件であることを示せ。
- (ii)  $\frac{S_1}{S_2}$  の最大値と最小値を求めよ。

4

自然数  $l, m, n$  に対し,

$$f(l, m, n) = \frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$$

とする.

- (1)  $l + m + n = 10$  のとき,  $f(l, m, n)$  の値の最小値と最大値を求めよ.
- (2) 方程式  $f(l, m, n) = a$  の解となる自然数  $l, m, n$  の組で  $l \leq m \leq n$  を満たすものが 2 つ以上存在するような  $a$  の例を挙げ, そのような自然数の組を 2 つ求めよ.
- (3)  $\frac{11}{12} < f(l, m, n) < 1$  を満たす自然数  $l, m, n$  の組で  $l \leq m \leq n$  を満たすものをすべて求めよ.