＜　理学部数・物理学科（共通）＞

(100 分)

$\boxed{1}$ 座標平面上に点 O(0,0), A(1,0), B(-1,0), C(0,2), D(0,1)をとる．直線 x=1 を l, 直線 x=-1 を m とする．また, x 軸上に O と異なる点 P(t,0)をとり，直線 CP と直線 l の交点を Q(1,u), 直線 DP と直線 m の交点を R(-1,u)とおく．以下の問いに答えよ．

(1) u, v を t を用いて表せ．

(2) u, v が共に正となるような t の範囲と，そのときの台形 QABR の面積のとり得る値の範囲を求めよ．

(3) 線分 QR は t に依存しないある定点 E を通ることを示せ．また, E の座標を求めよ．

$\boxed{2}$

(1) 正 6 角形の 6 つの頂点を 1, 2, 3, 4, 5, 6 とする．サイコロを 3 回振って出た目を順に i, j, k とする．頂点 i, j, k が 3 角形をなす確率，直角 3 角形をなす確率，鋭角 3 角形をなす確率，鈍角 3 角形をなす確率をそれぞれ求めよ．

(2) 正 n 角形の n 個の頂点を 1, 2, …, n とする．番号 1, 2, …, n が等確率で現れるくじを引いて戻すことを 3 回繰り返し，出た番号を順に i, j, k とする．頂点 i, j, k が直角 3 角形をなす確率，鋭角 3 角形をなす確率をそれぞれ求めよ．

$\boxed{3}$ 座標平面上に関数 $f(x) = x^2 - 2x + 2 - |2x - 2|$ を用いて表される曲線 C : y = $f(x)$ がある．

(1) y = $f(x)$ のグラフの概形を描け．

(2) m を定数とする．点(0, 1)を通る傾き m の直線と曲線 C の交点の数を求めよ．

(3)直線y＝a^2と直線 Cによって囲まれる領域のうち，$a^2 \leqq y \leqq f(x)$かつ$0 \leqq x \leqq 2$を満たす部分の面積を求めよ．ただし, $0 < a < 1$ とする．

＜　理学部化・生物・情報科学科(共通) ＞

（100 分）

$\boxed{1}$ ＜理学部数・物理学科(共通)＞$\boxed{1}$に同じ。

$\boxed{2}$ ＜理学部数・物理学科(共通)＞$\boxed{2}$に同じ。

$\boxed{3}$ $x > 0$ で定義された曲線$y = \log x$を Cとする．以下の問いに答えよ．ただし，$\lim_{x \to 0} x \log x = 0$を用いてよい. aを定数とする．

(1) 点$(a, 0)$から Cに何本の接線が引けるか調べよ．

(2) Cの法線で点(a, 0)を通るものがちょうど 1 本あることを示せ．

(3) 原点(0, 0)を通る Cの接線, x軸，曲線 Cで囲まれた図形の面積を求めよ．

＜理学部数学科(専門)＞

（2 科目 180 分）

$\boxed{1}$座標平面上で原点 O を中心，半径 1 の円を Sとする．点 P が円 S上を動くとき, P における S の接線に点 A$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$から下ろした垂線の交点 Q のなす軌跡を Cとする. X軸の正の方向に対して OP のなす角を tとして, P の座標を$(\cos t, \sin t)$ で表す．このときの Q の座

標を$(f(t), g(t))$とする．

(1) $f(t), g(t)$を求めよ．

(2) $g(t)$の最大値を求めよ．

(3) Cで囲まれた図形の $y \geqq 0$ の部分の面積を求めよ．

$\boxed{2}$ $0<a<b$ を満たす実数 a, b に対し，曲線$y=\frac{1}{x}$, x軸及び2直線 $x=a$, $x=b$ で囲まれた図形の面積を $S(a, b)$で表す．以下の問いに答えよ．

(1) n を自然数とする．$S(n, 3n)$を求め，この値は n によらないことを示せ．

(2) $\lim_{n\to\infty} S\left(n,\ n+\sqrt{n}\right)=0$が成り立つことを示せ．

(3) 次の極限値を求めよ．

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{2n}S(n,n+k)$$

$\boxed{3}$

(1) 不等式

$$\sqrt{n}\sqrt{a^2+b^2} \leqq a+b \leqq \sqrt{m}\sqrt{a^2+b^2}$$

が，すべての負でない実数 $a\geqq 0$, $b\geqq 0$ に対して成り立つような自然数 m と n の範囲を求めよ．

(2) m を2以上の自然数, n を自然数とする．不等式

$$\frac{m^{n+1}-1}{n+1} > \frac{m^n-1}{n}$$

が成り立つことを示せ．

(3) m を2以上の自然数, n を自然数とするとき，次の不等式

$$ {}_{mn}C_n \geqq m^n > \sum_{i=0}^{n-1} m^i $$

が成り立つことを示せ.

$\boxed{4}$ 1 から 9 までの自然数のそれぞれに赤か青の色を付ける操作を考える.

(1) Xをこれら 1 から 9 までの自然数のうち相異なる 3 つの数からなる集合とする. 1 から 9 までのそれぞれに確率$\frac{1}{2}$で赤か青の色を付けるとき, Xに属するすべての色が同じ色である確率を求めよ.

（2）一般に, ある試行における 3 つの事象 A, B, C について,

$$ P(A \cup B \cup C) \leqq P(A) + P(B) + P(C) $$

が成り立つことを示せ. ここで P（A）は事象 A が起こる確率である.

(3) 1 から 9 までの自然数のうち相異なる 3 つの数からなる集合が 3 つある. それを X, Y, Z とする. 1 から 9 のそれぞれに確率$\frac{1}{2}$で赤か青の色を付ける操作をしたとき, X, Y, Z のどれにも両方の数が含まれる確率が 0 ではないことを示せ. ただし, $X \cap Y$, $Y \cap Z$, $Z \cap X$は空集合とは限らない.

＜　理学部物理学科(必須)・情報科学科(選択)　＞

（物理学科　:物理ともで 180 分
情報科学科　：2 科目 180 分）

$\boxed{1}$＜理学部数学科(専門)＞$\boxed{1}$に同じ。

$\boxed{2}$＜理学部数学科(専門)＞$\boxed{2}$に同じ。

＜文教育・生活科学部＞

（100 分）

$\boxed{1}$＜理学部数・物理学科(共通)＞$\boxed{1}$に同じ。

$\boxed{2}$

(1) 正 6 角形の 6 つの頂点を 1, 2, 3, 4, 5, 6 とする．サイコロを 3 回振って出た目を順に i, j, k とする．頂点 i, j, k が 3 角形をなす確率，直角 3 角形をなす確率をそれぞれ求めよ．

(2) 正 n 角形の n 個の頂点を 1, 2, …,n とする．番号 1, 2, …, n が等確率で現れるくじを引いて戻すことを 3 回繰り返し，出た番号を順に i, j, k とする．頂点 i, j, k が直角 3 角形をなす確率をそれぞれ求めよ．

$\boxed{3}$＜理学部数・物理学科(共通)＞$\boxed{3}$に同じ。