

1 座標平面上に点 $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(-1,0)$, $C(0,2)$, $D(0,1)$ をとる. 直線 $x=1$ を l , 直線 $x=-1$ を m とする. また, x 軸上に O と異なる点 $P(t,0)$ をとり, 直線 CP と直線 l の交点を $Q(1,u)$, 直線 DP と直線 m の交点を $R(-1,v)$ とおく. 以下の問いに答えよ.

(1) u, v を t を用いて表せ.

(2) u, v が共に正となるような t の範囲と, そのときの台形 $QABR$ の面積のとり得る値の範囲を求めよ.

(3) 線分 QR は t に依存しないある定点 E を通ることを示せ. また, E の座標を求めよ.

- (1) 正 6 角形の 6 つの頂点を $1, 2, 3, 4, 5, 6$ とする. サイコロを 3 回振って出た目を順に i, j, k とする. 頂点 i, j, k が 3 角形をなす確率, 直角 3 角形をなす確率, 鋭角 3 角形をなす確率, 鈍角 3 角形をなす確率をそれぞれ求めよ.
- (2) 正 n 角形の n 個の頂点を $1, 2, \dots, n$ とする. 番号 $1, 2, \dots, n$ が等確率で現れるくじを引いて戻すことを 3 回繰り返し, 出た番号を順に i, j, k とする. 頂点 i, j, k が直角 3 角形をなす確率, 鋭角 3 角形をなす確率をそれぞれ求めよ.

3 $x > 0$ で定義された曲線 $y = \log x$ を C とする. 以下の問いに答えよ. ただし,

$\lim_{x \rightarrow 0} x \log x = 0$ を用いてよい. a を定数とする.

- (1) 点 $(a, 0)$ から C に何本の接線が引けるか調べよ.
- (2) C の法線で点 $(a, 0)$ を通るものがちょうど 1 本あることを示せ.
- (3) 原点 $(0, 0)$ を通る C の接線, x 軸, 曲線 C で囲まれた図形の面積を求めよ.