

数 学 共 通

(数学科, 物理学科用)

注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは, この冊子を開いてはいけない。

1. この冊子の本文は 3 ページである。印刷の不鮮明な部分, ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
2. 答案用紙には, すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	(氏 名)
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. 解答は, それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

1 n を自然数, $0 < a < b$ とする. $n + 2$ 個の正の実数

$$a, c_1, c_2, \dots, c_n, b$$

がこの順に等差数列であり, $n + 2$ 個の正の実数

$$a, e_1, e_2, \dots, e_n, b$$

がこの順に等比数列であるとする.

- (1) $c_1 c_n$ と $e_1 e_n$ のどちらが大きいかわかり理由とともに答えよ.
- (2) $c_1 + c_n$ と $e_1 + e_n$ のどちらが大きいかわかり理由とともに答えよ.
- (3) $i = 1, \dots, n$ について, c_i と e_i のどちらが大きいかわかり理由とともに答えよ.

- 2** 空間に5点 $O(0, 0, 0)$, $A(a, 0, 0)$, $B(b, c, 0)$, $C(d, e, 4)$, $T(d, e, t)$ があり, このうちの4点 O , A , B , C が正四面体の頂点になっているとする. ただし, a, b, c, d, e はいずれも正の実数で, $0 < t < 4$ とする.

- (1) a, b, c, d, e の値を求めよ.
- (2) $\cos \angle OTA$ を t を用いて表せ.
- (3) $\angle OTC = \angle OTA$ となるときの t の値を求めよ. また, そのときの $\cos \angle OTA$ の値と三角形 OTA の面積を求めよ.

3 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ とし、 O を原点とする座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。 C 上の点 $P(t, f(t))$ における C の接線を l とおく。 l が 2 直線 $x = -1$, $x = 1$ と交わる点をそれぞれ Q , R とする。

(1) 接線 l の方程式を求めよ。

(2) t が $-1 < t < 1$ の範囲を動くとき、三角形 OQR の面積を $S(t)$ とおく。
 $S(t)$ を t を用いて表せ。

(3) (2) の $S(t)$ の最小値、およびそのときの t の値を求めよ。

(4) $t < 1$ のとき、 l と C が $t < s < 1$ を満たす点 $U(s, f(s))$ で交わるような t の範囲を求めよ。またそのとき、線分 PU と C とで囲まれる部分の面積と、線分 UR と C と直線 $x = 1$ とで囲まれる部分の面積が等しくなるような t の値を求めよ。