

平成 28 年 度 入 学 試 験 問 題

数学・物理・化学・生物

注 意 事 項

試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。

1. 数学科、化学科、生物学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題、及び出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

物理学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

情報科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から2科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

食物栄養学科、人間・環境科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

問題選択一覧表

(◎印：必須科目、○印：選択科目)

学 科 名		数 学 専 門 ①	数学②	物理①	物理②	化学①	化学②	生物①	生物②
理 学 部	数 学 科	◎			○		○		○
	物 理 学 科		◎	◎	◎				
	化 学 科				○	◎	◎		○
	生 物 学 科				○		○	◎	◎
	情 報 科 学 科		○		○		○		○
生 活 科学部	食 物 栄 養 学 科				○		○		○
	人 間 ・ 環 境 科 学 科				○		○		○

2. この冊子の本文は 38 ページまでである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあった場合は申し出ること。
3. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	(氏 名)
----------	---	---	---	---	---	----	-------

4. この問題冊子及び下書用紙は持ち帰ること。

数 学 専 門 ㊤

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に
書くこと。

1 a を正の実数とする。

- (1) 平面上の点 (x, y) は $x + y = a$, $x > 0$, $y > 0$ の範囲を動くものとする。
このとき、

$$x \log x + y \log y$$

の最小値を求めよ。

- (2) 空間上の点 (x, y, z) は $x + y + z = a$, $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$ の範囲を動くものとする。このとき、

$$x \log x + y \log y + z \log z$$

の最小値を求めよ。

2 以下では n は 0 以上の整数とする. 関係式

$$H_0(x) = 1, \quad H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - H'_n(x)$$

によって多項式 $H_0(x)$, $H_1(x)$, ... を定め, $f_n(x) = H_n(x)e^{-\frac{x^2}{2}}$ とおく.

(1) $-f''_0(x) + x^2f_0(x) = a_0f_0(x)$ が成り立つように定数 a_0 を定めよ.

(2) $f_{n+1}(x) = xf_n(x) - f'_n(x)$ を示せ.

(3) 2 回微分可能な関数 $f(x)$ に対して, $g(x) = xf(x) - f'(x)$ とおく. 定数 a に対して

$$-f''(x) + x^2f(x) = af(x)$$

が成り立つとき,

$$-g''(x) + x^2g(x) = (a+2)g(x)$$

を示せ.

(4) $-f''_n(x) + x^2f_n(x) = a_nf_n(x)$ が成り立つように定数 a_n を定めよ.

3 4つの複素数 z_1, z_2, z_3, z_4 は互いに異なり、その絶対値はすべて1であるとする.

- (1) z_1, z_2, z_3 を頂点とする複素数平面上の三角形が正三角形のとき,
 $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ となることを示せ.
- (2) $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ が成り立つとき, z_1, z_2, z_3 を頂点とする複素数平面上の
三角形は正三角形であることを示せ.
- (3) $z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 0$ が成り立つとき, z_1, z_2, z_3, z_4 を頂点とする複素
数平面上の四角形は長方形であることを示せ.

4

サイコロを何回か振って最後に出た目を得点とするゲームを行う.

ただし, 得点が k となる確率を $p(k)$ としたとき,

$$p(1)+2p(2)+3p(3)+4p(4)+5p(5)+6p(6)$$

を得点の期待値とよぶ.

- (1) サイコロを 1 回だけ振ることができるときの得点の期待値 E_1 を求めよ.
- (2) サイコロを 2 回まで振ることができるとき, 1 回目に m 以上の目が出たらそこでやめ, m より小さい目が出たら 2 回目を振ることにする. このときの得点の期待値 $E_2(m)$ を m を用いて表し, $E_2(m)$ が最大となる m を求めよ.
- (3) n を 2 以上の自然数, $m_1, \dots, m_{n-1}$ を 6 以下の自然数とする. n 回までサイコロを振ることができるとき, i 回目に m_{n-i} 以上の目が出たらそこでやめ, m_{n-i} より小さい目が出たら $i+1$ 回目を振るという規則でサイコロを振り続ける. ただし, n 回サイコロを振ったらそこでやめる. このときの得点の期待値を $E_n(m_1, \dots, m_{n-1})$ とする. 以下の問いに答えよ.
 - (i) $E_3(m_1, m_2)$ を $E_2(m_1)$, m_2 を用いて表し, $E_3(m_1, m_2)$ が最大となる m_1, m_2 とそのときの $E_3(m_1, m_2)$ の値を求めよ.
 - (ii) $n \geq 4$ とする. $E_{n-1}(m_1, \dots, m_{n-2})$ の最大値を e_{n-1} とすると, $E_n(m_1, \dots, m_{n-1})$ が最大となるのは, $E_{n-1}(m_1, \dots, m_{n-2})$ が e_{n-1} となり, かつ m_{n-1} が e_{n-1} 以上の最小の自然数となるときである. このことを示せ.