

平成 29 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学 共 通

(数学科, 物理学科用)

注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは, この冊子を開いてはいけない。

1. この冊子の本文は 3 ページである。印刷の不鮮明な部分, ページの脱落などがあつた場合は申し出ること。
2. 答案用紙には, すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	お茶 花子
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. 解答は, それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと。
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい。
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

1 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ を考える.

$$a_1 = \frac{1}{3}, \quad a_{n+1} = \frac{1}{3 - 2a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) すべての自然数 n に対し, a_n は $\frac{1}{3} \leq a_n < \frac{1}{2}$ を満たす有理数であることを示せ.
- (2) 一般項 a_n を $a_n = \frac{p_n}{q_n}$ (ただし, p_n, q_n は互いに素な自然数) と既約分数で表したとき, p_{n+1} を p_n と q_n で, q_{n+1} を p_n と q_n でそれぞれ表せ.
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ.

2 さいころを n 回ふり, n 個の出た目の数をすべて掛け合わせた値を a_n とする.
次の問いに答えよ.

- (1) a_n が素数となる確率を n を用いて表せ.
- (2) a_n が 3 の倍数となる確率を n を用いて表せ.
- (3) a_n を 6 で割った余りが 1 となる確率を n を用いて表せ.
- (4) a_n を 7 で割った余りが 1 となる確率は n の値によらず $\frac{1}{6}$ であることを示せ.
- (5) $a_n < 10$ となる確率を $n = 1$, $n = 2$ のときに求め, $n \geq 3$ のときは n を用いて表せ.

3 $f(x) = 2 - ax$, $g(x) = |bx - 2|$ とする. ただし, a と b は $0 < a < b$ を満たす定数である. 次の問いに答えよ.

(1) 不等式 $f(x) - g(x) \geq 1$ を満たす x が存在するための a と b の条件を求めよ.

(2) a と b は (1) で求めた条件を満たしているとする. x と y が

$$f(x) - g(x) \geq 1, f(x) \geq y \geq g(x)$$

をともに満たす範囲を動くとき, $x + y$ の最大値および最小値を求めよ.

