

平成 30 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学 共 通

(化学科, 生物学科, 情報科学科用)

注 意 事 項

試験開始の合図があるまでは, この冊子を開いてはいけない.

1. この冊子の本文は 3 ページである. 印刷の不鮮明な部分, ページの脱落などがあつた場合は申し出ること.
2. 答案用紙には, すべてに受験番号と氏名を記入すること.

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

3. 解答は, それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと.
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい.
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること.

1 次の条件によって定まる数列 $\{F_n\}$ を考える.

$$F_1 = F_2 = 1, \quad F_{n+1} = F_n + F_{n-1} \quad (n \geq 2)$$

$\frac{n}{2}$ を越えない最大の整数を $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ と表すとき,

$$F_{n+1} = \sum_{r=0}^{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor} {}_{n-r}C_r \quad (\star)$$

が成り立つことを以下の手順により示せ.

(1) $1 \leq r \leq n-1$ を満たす自然数 r に対し,

$${}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$$

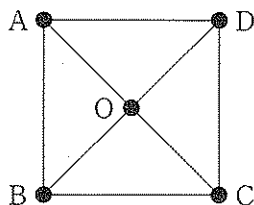
が成り立つことを示せ.

(2) $(\star)$ が $n=1, 2$ に対して成り立つことを示せ.

(3) すべての自然数 n に対し, $(\star)$ が成り立つことを数学的帰納法により示せ.

2

5つの点O, A, B, C, Dとそれらをつなぐ8つの線分からなる下図のような図形がある.



この図形の8つの線分をそれぞれ赤か青に塗る方法を1つずつ記した合計 2^8 枚のカード(重複なし)を用意し、その中から1枚を無作為に引くことを考える。以下の問いに答えよ。

- (1) A, B, C, Dの4点のうち、点Oから出発して青の線分のみを通り到達できる点の数が1つであるような塗り方のカードを引く確率を求めよ。
- (2) A, B, C, Dの4点のうち、点Oから出発して青の線分のみを通り到達できる点の数が3つであるような塗り方のカードを引く確率を求めよ。
- (3) 点Oから出発して青の線分のみを通り到達できる点はA, B, Cであるカードを引いたとする。このとき、A, B, C, Dの4点のうち、点Oから出発して赤の線分のみを通り到達できる点の数が3つである条件つき確率を求めよ。

3 $x > 0$ において定義された関数 $f(x) = x^{(x^2)}$ を考える. 以下の問いに答えよ.

- (1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ と第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ.
- (2) 曲線 $y = f(x)$ の概形を, 極限值 $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ と $\lim_{x \rightarrow +0} f'(x)$ に注意して描け.
ただし, $x \rightarrow +0$ のとき $x \log x \rightarrow 0$ となることは用いてよい. また, 曲線の変曲点の座標を求める必要はない.
- (3) k を実数とする. x についての方程式 $f(x) = k$ が異なる 2 つの実数解 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) を持つとする. このとき k が取りうる値の範囲を求めよ.

