

平成 30 年 度 入 学 試 験 問 題

数学・物理・化学・生物

注 意 事 項

試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。

1. 数学科、化学科、生物学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題、及び出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

物理学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の◎印の問題をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

情報科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から2科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

食物栄養学科、人間・環境科学科を志望する者は、問題選択一覧表の当該学科の出願時に選択した問題(○印の科目から1科目)をそれぞれの答案用紙に解答せよ。

問題選択一覧表

(◎印：必須科目，○印：選択科目)

学 科 名		数 学 専 門 ①	数学◎	物理◎	物理◎	化学◎	化学◎	生物◎	生物◎
理 学 部	数 学 科	◎			○		○		○
	物 理 学 科		◎	◎	◎				
	化 学 科				○	◎	◎		○
	生 物 学 科				○		○	◎	◎
	情 報 科 学 科		○		○		○		○
生 活 科 学 部	食 物 栄 養 学 科				○		○		○
	人 間 ・ 環 境 科 学 科				○		○		○

2. この冊子の本文は 33 ページまでである。印刷の不鮮明な部分、ページの脱落などがあった場合は申し出ること。
3. 答案用紙には、すべてに受験番号と氏名を記入すること。

記入例

受験 番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚 茶織
----------	---	---	---	---	---	----	-------

4. この問題冊子及び下書用紙は持ち帰ること。

数 学 専 門 ㊤

解答は、それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に
書くこと。

1 i を虚数単位とし、自然数 n に対して $a_n = (1 + \sqrt{3}i)^n + (1 - \sqrt{3}i)^n$ とおく。以下の問いに答えよ。

- (1) a_n は整数となることを示せ。
- (2) a_n が負となる n をすべて求めよ。
- (3) $|a_n|$ が 2 の累乗となることを示せ。また、その指数を求めよ。

2 正の定数 a と負でない整数 k に対して,

$$I_k(t) = \int_0^t x^k e^{-ax} dx$$

とおく. ただし, $k=0$ のときは $I_0(t) = \int_0^t e^{-ax} dx$ と定める. 以下の問いに答えよ.

(1) $t \rightarrow \infty$ のとき $I_0(t)$ が収束することを示し, $\lim_{t \rightarrow \infty} I_0(t)$ の値を a を用いて表せ.

(2) $I_{k+1}(t)$ を $I_k(t)$ と a, t, k を用いて表せ.

(3) $t \rightarrow \infty$ のとき $I_k(t)$ が収束することを示し, $\lim_{t \rightarrow \infty} I_k(t)$ の値を a と k を用いて表せ. ただし, $\lim_{t \rightarrow \infty} t^{k+1} e^{-at} = 0$ となることは用いてよい.

3 関数 $f(x) = \pi x \cos(\pi x) - \sin(\pi x)$, $g(x) = \frac{\sin(\pi x)}{x}$ を考える. ただし, x の範囲は $0 < x \leq 2$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 関数 $f(x)$ の増減を調べ, グラフの概形を描け.
- (2) $f(x) = 0$ の解がただ一つ存在し, それが $\frac{4}{3} < x < \frac{3}{2}$ の範囲にあることを示せ.
- (3) n を整数とする. 各 n について, 直線 $y = n$ と曲線 $y = g(x)$ の共有点の個数を求めよ.

