平成31年度入学試験問題

数　　学

（文教育学部，生活科学部用）

注意事項

試験開始の合図があるまでは，この冊子を開いてはいけない．

1. この冊子の本文は3ページである．印刷の不鮮明な部分，ページの脱落などがあった場合は申し出ること．
2. 答案用紙には，すべてに受験番号と氏名を記入すること．

記入例

受験番号	1	2	3	4	5	氏名	大塚　茶織

3. 解答は，それぞれ問題の番号に対応する答案用紙に書くこと．
4. この冊子の余白部分は下書きに使用してもよい．
5. この冊子及び下書き用紙は持ち帰ること．

1 座標平面上で原点Oを中心とする半径1の円をCとおく．Pを円Cの周上の点として，L_Pを点Pにおける円Cの接線とする．直線L_Pは座標平面を2つの領域に分割するが，そのうちの原点Oを含むほうの領域をD_Pとおく．ただし，領域D_Pには境界は含まれていないものとする．

(1) 座標平面上の点Aについて，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}<1$は，点Aが領域$D_P$に含まれるための必要十分条件であることを示せ．

(2) 点Pの座標を$(a,\ b)$とおく．ただし，$a \neq 0$とする．領域D_Pが2次関数$y=\dfrac{1}{4a}(x-a)^2$のグラフ上の点をすべて含むとき，点Pの存在範囲を求め，図示せよ．

2 集合 A を

$$A=\left\{c \;\middle|\; \begin{array}{c} c\text{は正の整数で，少なくとも1つの整数}\,b\,\text{に対して} \\ x^2-2bx+c=0\text{が異なる2つの整数解をもつ} \end{array}\right\}$$

と定め，A の要素を小さい順に並べてできる数列を c_1，c_2，c_3，$\cdots$ とする．

(1) $1 \notin A$，$2 \notin A$ を示せ．

(2) $3 \in A$，すなわち $c_1=3$ であることを示せ．

(3) c_2 を求めよ．

(4) c_{30} を求めよ．

3 xについての3次方程式

$$x^3 + ax^2 + b = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots(\mathrm{A})$$

を考える．ただし，a，bは実数とする．

(1) 方程式(A)の異なる実数解はいくつあるか．a，bの条件によって分類せよ．

(2) 方程式(A)が異なる3つの実数解α，β，γをもち，不等式

$$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1) < 0$$

が成立するようなa，bについて，a，bを座標とする点$(a,\ b)$の存在範囲を求め，図示せよ．