

平成 17 年度入学試験問題

数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B)

注 意

- 1 問題冊子は1冊，解答用紙は4枚，下書き用紙は3枚です。
- 2 すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 3 解答は，すべて解答用紙の指定されたところに書きなさい。
また，答だけでなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 4 試験終了後，問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

数 学 (数学Ⅰ・数学Ⅱ・ 数学A・数学B)

1

次の問いに答えよ。

- (1) 英語の本と日本語の本が全部で 10 冊ある。その中から 3 冊取り出すとき、英語の本が 2 冊と日本語の本が 1 冊である確率が、 $\frac{7}{40}$ となる。このとき、日本語の本は何冊あるか答えよ。
- (2) 各組が 12 枚ずつからなる赤、青、黄色の 3 組のカードがあり、各組ごとに 1 から 12 までの異なる数がひとつずつカードに書かれている。それぞれの色のカードの組から 1 枚ずつ取り出すとき、数の合計が 15 となる取り出し方は何通りあるか答えよ。

2

θ を $0^\circ < \theta < 180^\circ$ とする。2 つの数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ を

$$x_1 = \cos \theta, y_1 = \sin \theta$$

$$x_{n+1} = \sqrt{\frac{1+x_n}{2}}, y_{n+1} = \frac{y_n}{2x_{n+1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。次の問いに答えよ。

- (1) x_2, y_2 を計算せよ。さらに、一般項 x_n, y_n を求めよ。
- (2) $n \geq 7$ ならば、 $(x_n + y_n i)^{4n} = i$ とはならないことを示せ。ただし、 $i = \sqrt{-1}$ は虚数単位とする。
- (3) θ が $90^\circ < \theta < 180^\circ$ の範囲にあるとき、 $(x_n + y_n i)^{4n} = i$ となる n と θ を求めよ。

3

関数 $f(x) = x^3 - ax^2 + b$ の極大値が 5, 極小値が 1 となるとき, 定数 a, b の値を求めよ。

4

2 つの単位ベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とする。次の問いに答えよ。

(1) 2 次関数 $f(x) = |\vec{x}\vec{a} + \vec{b}|^2$ の $x \geq 0$ における最小値を求めよ。

(2) θ が $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲を動くとき, 放物線 $y = f(x)$ の頂点が描く軌跡を求めよ。

(3) (2) で求めた軌跡と x 軸が囲む図形の面積を求めよ。