

平成 2 2 年度入学試験問題

数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B)

注 意

- 1 問題冊子は 1 冊，解答用紙は 4 枚，下書き用紙は 3 枚です。
- 2 すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。
- 3 解答は，すべて解答用紙の指定されたところに書きなさい。
また，答だけでなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 4 試験終了後，問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

数 学 (数学 I ・ 数学 II ・ 数学 A ・ 数学 B)

1

男性 $M_1, \dots, M_4$ の 4 人と女性 $F_1, \dots, F_4$ の 4 人が, 横一列に並んだ座席 $S_1, \dots, S_8$ に座る場合を考える。

- (1) 同性どうしが隣り合わない座り方は何通りあるか。
- (2) (1) の座り方の中で, M_1 の両隣りが F_1 と F_2 になる座り方は何通りあるか。
- (3) (1) の座り方の中で, M_1 と F_1 が隣り合わない座り方は何通りあるか。

2

自然数 m, n に対して, 自然数 $m \diamond n$ を次のように定める。

$\diamond$	1	2	3	4	5	...
1	4	6	8	10	12	...
2	9	13	17	21	25	...
3	16	22	28	34	40	...
4	25	33	41	49	57	...
5	36	46	56	66	76	...
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$

$\diamond$	n
m	$m \diamond n$

例えば, $1 \diamond 1 = 4$, $1 \diamond 2 = 6$, $2 \diamond 1 = 9$, $4 \diamond 2 = 33$, $5 \diamond 3 = 56$, $1 \diamond 6 = 14$, $6 \diamond 1 = 49$ である。

- (1) 数列 $8 \diamond 1, 8 \diamond 2, 8 \diamond 3, \dots$ の初項 $8 \diamond 1$ から第 25 項 $8 \diamond 25$ までの和を求めよ。
- (2) $m \diamond n = 474$ を満たす自然数 m, n の組をすべて求めよ。

3

a, b を実数とし, $a \neq 0$ とする。 x についての 3 次方程式

$$ax^3 + (a+1)x^2 + (b+1)x + b = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

を考える。

- (1) $a = b = 1$ のとき, $\textcircled{1}$ の実数解を求めよ。
- (2) $\textcircled{1}$ がちょうど 2 つの相異なる実数解を持つ条件を a, b を用いて表せ。

4

a を正の実数とする。放物線 $P: y = x^2$ 上の点 $A(a, a^2)$ における接線を ℓ_1 とし, 点 A を通り ℓ_1 と直交する直線を ℓ_2 とする。また, ℓ_2 と放物線 P との交点のうち A ではない方を $B(b, b^2)$ とする。さらに, 点 B を通り ℓ_1 に平行な直線を ℓ_3 とし, ℓ_3 と放物線 P との交点のうち B ではない方を $C(c, c^2)$ とする。

- (1) $b + c = 2a$ であることを示せ。
- (2) 放物線 P と ℓ_3 で囲まれた部分の面積を S とする。 S を a を用いて表し, S が最小になるときの S と a の値を求めよ。