

平成 8 年 度

前 期 日 程

数 学 問 題

〔注 意〕

1. 問題冊子及び解答用冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験番号は、解答用紙の受験番号欄（計 4 か所）にはっきり記入すること。
3. 問題本文は、3 ページと、5 ページにある。脱落している場合は直ちに申し出ること。
4. 解答用紙は 2 枚である。解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
5. 解答（途中の計算、推論等を含む）は、解答用紙の指定されたところに記入すること。
6. 問題冊子の余白は下書きに使用してもよい。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
8. 問題冊子は持ち帰ること。

1 a, b, c を 0 以上の実数とする。次の問いに答えよ。

(1) $2^a + 2^b \leq 1 + 2^{a+b}$ を示せ。

(2) a, b, c が $a + b + c = 3$ をみたしながら動くとき

$$2^a + 2^b + 2^c$$

の最大値を求めよ。また、最大値を与える a, b, c の組 (a, b, c) をすべて求めよ。

(配点率 30 %)

2 $\triangle OAB$ の辺 OA, AB, BO のおのおのを $t : 1 - t$ の比に内分する点をそれぞれ P, Q, R とする。ここで t は $0 < t < 1$ をみたす実数とする。次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき、 $\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}$ を $t, \vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。

(2)

$$\frac{|\overrightarrow{PQ}|}{|\overrightarrow{PR}|} = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$$

が t の値によらず成り立つのは $\triangle OAB$ がどのような三角形のときか。

(配点率 35 %)

3 曲線 $y = x(x - a)(x - b)(x - c)$ ($0 < a < b < c$) と x 軸との交点を左から順に O, A, B, C とする。線分 OA, AB, BC とこの曲線によって囲まれる部分をそれぞれ S, T, U とする。次の問いに答えよ。

(1) S と T の面積が等しくなるための必要十分条件は

$$3b^2 - 5(a + c)b + 10ac = 0$$

であることを示せ。

(2) 上の曲線を y 軸に関して対称移動し、次に x 軸の正の方向に c だけ平行移動してできる曲線の式を求めよ。

(3) S と T と U の面積がすべて等しいとき、 b, c を a を用いて表せ。

(配点率 35 %)