

平成 9 年 度

前 期 日 程

数 学 問 題

〔注 意〕

1. 問題冊子及び解答用冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験番号は、解答用紙の受験番号欄（計 4 か所）にはっきり記入すること。
3. 問題本文は、3 ページと、5 ページと、7 ページにある。脱落している場合は直ちに申し出ること。
4. 解答用紙は 2 枚である。解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
5. 解答（途中の計算、推論等を含む）は、解答用紙の指定されたところに記入すること。
6. 問題冊子の余白は下書きに使用してもよい。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
8. 問題冊子は持ち帰ること。

1 数列 $\{a_n\}$ を初項 1, 公比 r の等比数列とし, 数列 $\{b_n\}$ を初項 1, 公比 s の等比数列とする。第 n 項が

$$x_n = a_n + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で与えられる数列 $\{x_n\}$ を考える。

$x_2 = 2, x_4 = 14$ のとき, 次の問いに答えよ。

(1) r, s を求めよ。ただし $r > s$ とする。

(2) すべての自然数 n について

$$x_{n+2} = 2x_{n+1} + x_n$$

が成り立つことを示せ。

(配点率 30 %)

2 a は 1 より小さい正の定数とする。 xy 平面の第 1 象限に、原点 O からの距離が a の点 P をとる。点 P を中心に半径 1 の円をえがき、 x 軸との交点を A , C , y 軸との交点を B , D とする。ただし、点 A の x 座標、点 B の y 座標はともに正とする。

$\angle POA = \theta$ とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1) 四角形 $ABCD$ の面積 S を a と θ で表せ。
- (2) θ が $0^\circ < \theta < 90^\circ$ の範囲を動くとき、 S の最大値および S が最大となるときの θ の値を求めよ。

(配点率 35 %)

3 縦、横、高さがそれぞれ x , x , y で、これらの和 $x + x + y$ が一定値 a である直方体を考える。次の問いに答えよ。

(1) 直方体の体積 V が最大となるように x , y の値を定めよ。

(2) $a = 1$ とする。直方体の表面積を S とするとき、 $V - \frac{1}{2}S$ が最小となる x , y の値を求めよ。

(配点率 35 %)