

平成 11 年 度

前 期 日 程

数 学 問 題

〔注 意〕

1. 問題冊子及び解答用冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験番号は、解答用紙の受験番号欄（計 6 か所）にはっきり記入すること。
3. 問題本文は、3 ページと、5 ページと、7 ページと、9 ページにある。脱落している場合は直ちに申し出ること。
4. 解答用冊子には解答用紙 3 枚と白紙 1 枚が一緒に折り込まれている。解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
5. 解答（途中の計算、推論等を含む）は、解答用紙の指定されたところに記入すること。
6. 問題冊子の余白は下書きに使用してもよい。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
8. 問題冊子及び白紙は持ち帰ること。

1 曲線 $C: y = e^x$ と直線 $\ell: y = ax + b$ ($a > 0, b > 0$) が 2 点 $P(x_1, y_1)$ と $Q(x_2, y_2)$ で交わっている. ただし, $x_1 < x_2$ とする.

(1) $x_2 - x_1 = c$ とおくとき, y_1 と y_2 を a と c を用いて表せ.

(2) P と Q の距離が 1 であるとする. 曲線 C と x 軸および 2 直線 $x = x_1$, $x = x_2$ とで囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転させて得られる回転体の体積を $V(a)$ とおくとき,

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{V(a)}{a}$$

を求めよ.

(配点率 20 %)

- 2** xy 平面上の点 (a, b) は、 a と b がともに有理数のときに有理点と呼ばれる。 xy 平面において、3 つの頂点がすべて有理点である正三角形は存在しないことを示せ。ただし、必要ならば $\sqrt{3}$ が無理数であることは証明なしで使ってよい。

(配点率 20 %)

- 3** 平面上に、点 O を中心とし点 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ を頂点とする正六角形がある。 O を通りその平面上にある直線 ℓ を考え、各 A_k と ℓ との距離をそれぞれ d_k とする。このとき

$$D = d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 + d_5^2 + d_6^2$$

は ℓ によらず一定であることを示し、その値を求めよ。ただし、 $OA_k = r$ とする。

(配点率 20 %)

4

xyz 空間内に 2 つの立体 K と L がある. どのような a に対しても, 平面 $z = a$

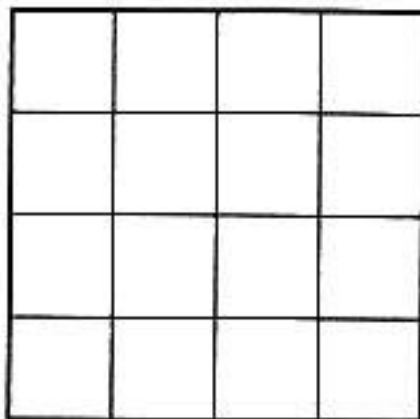
による立体 K の切り口は 3 点 $(0, 0, a)$, $(1, 0, a)$, $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, a)$ を頂点とする正三角形である. また, どのような a に対しても, 平面 $y = a$ による立体 L の切り口は 3 点 $(0, a, 0)$, $(0, a, \frac{2}{\sqrt{3}})$, $(1, a, \frac{1}{\sqrt{3}})$ を頂点とする正三角形である.

このとき, 立体 K と L の共通部分の体積を求めよ.

(配点率 20 %)

5

一辺の長さが 4 の正方形の紙の表 (おもて) を、図のように一辺の長さが 1 のマス目 16 個に区切る. その紙を 2 枚用意し, A と B の 2 人に渡す. A と B はそれぞれ渡された紙の 2 個のマス目を無作為に選んで塗りつぶす. 塗りつぶしたあと, 両方の紙を表を上にしてどのように重ね合わせても, 塗りつぶされたマス目がどれも重ならない確率を求めよ. ただし, 2 枚の紙を重ね合わせるときには, それぞれの紙を回転させてもよいが, 紙の四隅は合わせることにする.



(配点率 20 %)