

平成 16 年 度

前 期 日 程

数 学 問 題

〔注 意〕

1. 問題冊子及び解答用冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験番号は、解答用紙の受験番号欄(計 6 か所)にはっきり記入すること。
3. 問題本文は、3 ページと、5 ページと、7 ページにある。脱落している場合は直ちに申し出ること。
4. 解答用冊子には表紙 1 枚と解答用紙 3 枚と白紙 2 枚が一緒に折り込まれている。解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
5. 解答(途中の計算、推論等を含む)は、解答用紙の指定されたところに記入すること。指定された場所以外に記入してはいけない。
6. 問題冊子の余白は下書きに使用してもよい。
7. 解答用紙は持ち帰ってはならない。
8. 問題冊子及び表紙・白紙は持ち帰ること。

1

3 次関数 $f(x) = x^3 + 3ax^2 + bx + c$ に関して以下の問いに答えよ.

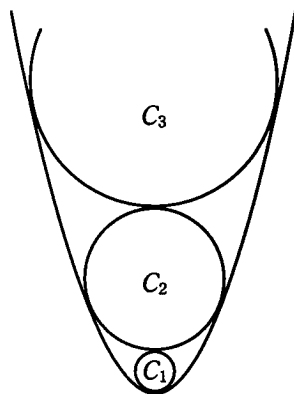
- (1) $f(x)$ が極値をもつための条件を, $f(x)$ の係数を用いて表せ.
- (2) $f(x)$ が $x = a$ で極大, $x = \beta$ で極小になるとき, 点 $(a, f(a))$ と点 $(\beta, f(\beta))$ を結ぶ直線の傾き m を $f(x)$ の係数を用いて表せ. また, $y = f(x)$ のグラフは平行移動によって $y = x^3 + \frac{3}{2}mx$ のグラフに移ることを示せ.

(配点率 30 %)

2 座標平面上で不等式 $y \geq x^2$ の表す領域を D とする. D 内にあり y 軸上に中心をもち原点を通る円のうち, 最も半径の大きい円を C_1 とする. 自然数 n について, 円 C_n が定まったとき, C_n の上部で C_n に外接する円で, D 内にあり y 軸上に中心をもつもののうち, 最も半径の大きい円を C_{n+1} とする. C_n の半径を a_n とし, $b_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ とする.

- (1) a_1 を求めよ.
- (2) $n \geq 2$ のとき a_n を b_{n-1} で表せ.
- (3) a_n を n の式で表せ.

(配点率 35 %)



3 n を自然数とする。プレイヤー A , B がサイコロを交互に投げるゲームをする。最初は A が投げ、先に 1 の目を出した方を勝ちとして終わる。ただし、 A が n 回投げて勝負がつかない場合は B の勝ちとする。

- (1) A の k 投目 ($1 \leq k \leq n$) で A が勝つ確率を求めよ。
- (2) このゲームにおいて A が勝つ確率 P_n を求めよ。
- (3) $P_n > \frac{1}{2}$ となるような最小の n の値を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ として計算してよい。

(配点率 35 %)