

平成 20 年度

前 期 日 程

数 学 問 題

〔注 意〕

1. 問題冊子及び解答用冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 受験番号は，解答用紙の受験番号欄（計 6 か所）に右詰めで正確に記入すること。
3. 問題本文は，3 ページと，5 ページと，7 ページにある。脱落している場合は直ちに申し出ること。
4. 解答用冊子には表紙 1 枚と解答用紙 3 枚と白紙 2 枚が一緒に折り込まれている。解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
5. 解答（途中の計算，推論等を含む）は，解答用紙の指定されたところに記入すること。指定された場所以外に記入してはいけない。
6. 問題冊子の余白は下書きに使用してもよい。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
8. 問題冊子及び表紙・白紙は持ち帰ること。

1 点 O で交わる 2 つの半直線 OX , OY があって $\angle XOY = 60^\circ$ とする. 2 点 A , B が OX 上に O , A , B の順に, また, 2 点 C , D が OY 上に O , C , D の順に並んでいるとして, 線分 AC の中点を M , 線分 BD の中点を N とする. 線分 AB の長さを s , 線分 CD の長さを t とするとき, 以下の問いに答えよ.

(1) 線分 MN の長さを s と t を用いて表せ.

(2) 点 A , B と C , D が, $s^2 + t^2 = 1$ を満たしながら動くとき, 線分 MN の長さの最大値を求めよ.

(配点率 30 %)

2

実数 a, b を係数に含む 3 次式 $P(x) = x^3 + 3ax^2 + 3ax + b$ を考える. $P(x)$ の複素数の範囲における因数分解を

$$P(x) = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$$

とする. α, β, γ の間に $\alpha + \gamma = 2\beta$ という関係があるとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) b を a の式で表せ.
- (2) α, β, γ がすべて実数であるとする. このとき a のとりうる値の範囲を求めよ.
- (3) (1) で求めた a の式を $f(a)$ とする. a が (2) の範囲を動くとき, 関数 $b = f(a)$ のグラフをかけ.

(配点率 35 %)

3 a を正の定数とし,

$$f(x) = ||x - 3a| - a|, \quad g(x) = -x^2 + 6ax - 5a^2 + a$$

を考える.

(1) 方程式 $f(x) = a$ の解を求めよ.(2) $y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフで囲まれた部分の面積 S を求めよ.

(配点率 35 %)