

①

(1) $f(x) = \int_x^b e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \frac{x}{x^2+1} e^{-\frac{x^2}{2}}$ について、

$$\frac{d}{dx} \int_x^b e^{-\frac{t^2}{2}} dt = -e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(\frac{x}{x^2+1} e^{-\frac{x^2}{2}} \right) &= \frac{1 \cdot (x^2+1) - x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} e^{-\frac{x^2}{2}} + \frac{x}{x^2+1} \cdot (-x) e^{-\frac{x^2}{2}} \\ &= \frac{1-2x^2-x^4}{(x^2+1)^2} e^{-\frac{x^2}{2}} \end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned} f'(x) &= -e^{-\frac{x^2}{2}} - \frac{1-2x^2-x^4}{(x^2+1)^2} e^{-\frac{x^2}{2}} \\ &= -\frac{2}{(x^2+1)^2} e^{-\frac{x^2}{2}} < 0 \end{aligned}$$

よって $f(x)$ は単調に減少する。 …証明終わり

(2) (1)の結果から、

$$a \leq b \text{ のとき、 } f(b) \leq f(a)$$

が成立する。よって、

$$\int_b^b e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \frac{b}{b^2+1} e^{-\frac{b^2}{2}} \leq \int_a^b e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \frac{a}{a^2+1} e^{-\frac{a^2}{2}}$$

より、

$$\frac{a}{a^2+1} e^{-\frac{a^2}{2}} - \frac{b}{b^2+1} e^{-\frac{b^2}{2}} \leq \int_a^b e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

また、 $g(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}$ とする。 $g(t)$ は $0 < a \leq t \leq b$ において単調に減少し、

$$g(t) \leq g(a)$$

が成立するから、

$$e^{-\frac{t^2}{2}} \leq e^{-\frac{a^2}{2}}$$

を満たし、

$$\int_a^b e^{-\frac{t^2}{2}} dt \leq \int_a^b e^{-\frac{a^2}{2}} dt = e^{-\frac{a^2}{2}} (b-a)$$

が成立する。以上から、

$$\frac{a}{a^2+1} e^{-\frac{a^2}{2}} - \frac{b}{b^2+1} e^{-\frac{b^2}{2}} \leq \int_a^b e^{-\frac{t^2}{2}} dt \leq e^{-\frac{a^2}{2}} (b-a)$$

が成り立つ …証明終わり

(3) $I_n = \int_1^2 e^{-\frac{nx^2}{2}} dx \ (n=1,2,3,\dots)$ について、

$$x = \sqrt{n} t$$

とおくと $\frac{dx}{dt} = \sqrt{n}$, $t:1 \rightarrow 2$ のとき $x:\sqrt{n} \rightarrow 2\sqrt{n}$ であり、

$$\begin{aligned} I_n &= \int_{\sqrt{n}}^{2\sqrt{n}} e^{-\frac{x^2}{2}} \frac{1}{\sqrt{n}} dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{n}} \int_{\sqrt{n}}^{2\sqrt{n}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \end{aligned}$$

ここで(2)で示した不等式で $a = \sqrt{n}$, $b = 2\sqrt{n}$ とすると、

$$\frac{\sqrt{n}}{n+1} e^{-\frac{n}{2}} - \frac{2\sqrt{n}}{4n+1} e^{-2n} \leq \int_{\sqrt{n}}^{2\sqrt{n}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \leq e^{-\frac{n}{2}} \cdot \sqrt{n}$$

$$\frac{1}{n+1} e^{-\frac{n}{2}} - \frac{2}{4n+1} e^{-2n} \leq \frac{1}{\sqrt{n}} \int_{\sqrt{n}}^{2\sqrt{n}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \leq e^{-\frac{n}{2}}$$

$$\frac{1}{n+1} e^{-\frac{n}{2}} - \frac{2}{4n+1} e^{-2n} \leq I_n \leq e^{-\frac{n}{2}} \quad \dots \textcircled{1}$$

が成立する。ここで、 $n \geq 1$ のとき、

$$\frac{2n+2}{4n+1} > 0, \quad 1 - \frac{2n+2}{4n+1} = \frac{2n-1}{4n+1} > 0$$

$$0 < e^{-\frac{3}{2}n} \leq e^{-\frac{3}{2}} < e^0 = 1$$

より、

$$0 < \frac{2n+2}{4n+1} e^{-\frac{3}{2}n} < 1$$

なので、①について、

$$(\text{最左辺}) = \frac{1}{n+1} e^{-\frac{n}{2}} \left(1 - \frac{2n+2}{4n+1} e^{-\frac{3}{2}n} \right) > 0$$

であるから、①より、

$$\log \left\{ \frac{1}{n+1} e^{-\frac{n}{2}} \left(1 - \frac{2n+2}{4n+1} e^{-\frac{3}{2}n} \right) \right\} \leq \log I_n \leq \log e^{-\frac{n}{2}}$$

$$\Leftrightarrow -\log(n+1) - \frac{n}{2} + \log \left(1 - \frac{2n+2}{4n+1} e^{-\frac{3}{2}n} \right) \leq \log I_n \leq -\frac{n}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\log(n+1)}{n} - \frac{1}{2} + \frac{1}{n} \log \left(1 - \frac{2n+2}{4n+1} e^{-\frac{3}{2}n} \right) \leq \frac{1}{n} \log I_n \leq -\frac{1}{2}$$

ここで、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n+1)}{n} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \left(1 - \frac{2n+2}{4n+1} e^{-\frac{3}{2}n} \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \left(1 - \frac{2 + \frac{2}{n}}{4 + \frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{e^{\frac{3}{2}n}} \right)$$

$$= 0 \cdot \log \left(1 - \frac{2}{4} \cdot 0 \right)$$

$$= 0$$

以上より、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ -\frac{\log(n+1)}{n} - \frac{1}{2} + \frac{1}{n} \log \left(1 - \frac{2n+2}{4n+1} e^{-\frac{3}{2}n} \right) \right\} = -\frac{1}{2}$$

となるから、はさみうちの原理より、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log I_n = -\frac{1}{2} \quad \dots \text{答}$$

[2]

$$(1) \quad z_1 = 1, \quad z_2 = 1 - w, \quad z_n = (1 - w)z_{n-1} + wz_{n-2} \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

について、 $z_0 = 0$ とする。このとき、

$$z_n - z_{n-1} = -w(z_{n-1} - z_{n-2}) \quad \dots \textcircled{1}$$

は $n \geq 2$ で成立し、数列 $\{z_n - z_{n-1}\}$ は公比 $-w$ の等比数列なので、

$$\begin{aligned} z_n - z_{n-1} &= (z_1 - z_0)(-w)^{n-1} \\ &= (-w)^{n-1} \quad (n \geq 1) \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

を満たす。また、 $n = 0, 1, 2, \dots$ で $P_n(z_n)$ とおく。

(1) $a = 4, b = 3$ のとき、

$$w = \cos \frac{2}{3}\pi + i \sin \frac{2}{3}\pi$$

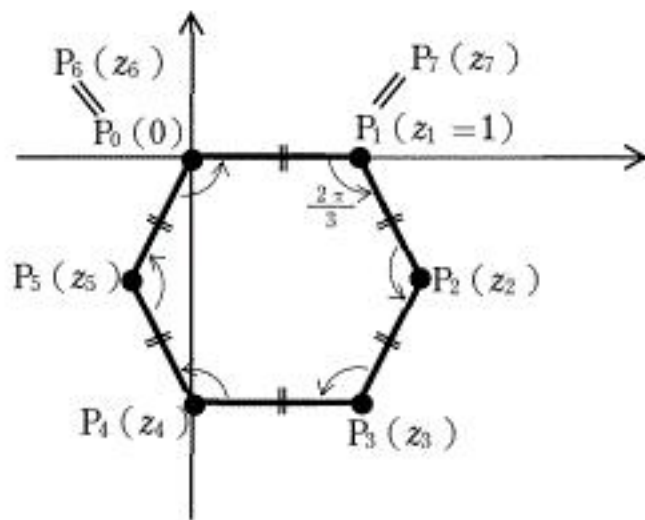
である。すると、 $\textcircled{1}$ より、 $n \geq 2$ のとき、

$$z_n - z_{n-1} = w(z_{n-2} - z_{n-1})$$

から

$$\begin{aligned} \overline{P_{n-1}P_n} &\text{は } \overline{P_{n-1}P_{n-2}} \text{ を点 } P_{n-1} \text{ を中心に} \\ &\frac{2}{3}\pi \text{ 回転させたものである。} \end{aligned}$$

$P_0(0), P_1(1)$ から複素数平面上に順次点を取っていくことで、右図のような正六角形が図示できる。



(2) $a = 2, b = 1$ のとき、

$$w = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} = i$$

である。 $\textcircled{2}$ より、

$$z_k - z_{k-1} = (-i)^{k-1} \quad (k \geq 1)$$

について、

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{63} (z_k - z_{k-1}) &= \sum_{k=1}^{63} (-i)^{k-1} \\ z_{63} - z_0 &= \frac{1 - (-i)^{63}}{1 - (-i)} \\ z_{63} &= 0 + \frac{1 + (i^4)^{15} i^3}{1 + i} \\ &= \frac{1 - i}{1 + i} \\ &= -i \quad \dots \text{答} \end{aligned}$$

(3) $z_{63} = 0$ となる場合を考える。

$w = -1$ とすると、 $\textcircled{2}$ より

$$z_n - z_{n-1} = 1 \quad (n \geq 1)$$

だから、数列 $\{z_n\}$ は $z_0 = 1$ で公差 1 の等差数列となり、 $z_n = n$ から

$$z_{63} = 63$$

したがって、 $w \neq -1$ で考えてよい。 $\textcircled{2}$ より、

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{63} (z_k - z_{k-1}) &= \sum_{k=1}^{63} (-w)^{k-1} \\ z_{63} - z_0 &= \frac{1 - (-w)^{63}}{1 - (-w)} \\ z_{63} &= \frac{1 + w^{63}}{1 + w} \end{aligned}$$

よって、

$$z_{63} = 0 \Leftrightarrow w^{63} = -1$$

である。すると、 l を整数として、

$$\begin{aligned} w = -1 &\Leftrightarrow \cos \frac{a\pi}{3+b} + i \sin \frac{a\pi}{3+b} = -1 \\ &\Leftrightarrow \frac{a\pi}{3+b} = (2l+1)\pi \\ &\Leftrightarrow \frac{a}{3+b} = 2l+1 \end{aligned}$$

であり、

$$\begin{aligned} \left(\cos \frac{a\pi}{3+b} + i \sin \frac{a\pi}{3+b} \right)^{63} \\ = \cos \frac{63a\pi}{3+b} + i \sin \frac{63a\pi}{3+b} = -1 \end{aligned}$$

から、

$$\frac{63a\pi}{3+b} = (2m+1)\pi \quad (m \text{ は整数})$$

$$63 \cdot \frac{a}{3+b} = 2m+1$$

と表せるので、

$$\begin{aligned} &\frac{a}{3+b} \text{ が奇数でなく、} \\ &\text{かつ } 63 \cdot \frac{a}{3+b} \text{ が奇数} \end{aligned}$$

となるような a, b の組を求める。上の表から、

$$(a, b) = (2, 3), (1, 4), (3, 4), (5, 4), (1, 6), (3, 6), (5, 6)$$

の 7 組ある。以上より求める確率は、

$$\frac{7}{6^2} = \frac{7}{36} \quad \dots \text{答}$$

$b \setminus a$	1	2	3	4	5	6
1	$\frac{63 \cdot 1}{4}$	$\frac{63 \cdot 2}{4}$	$\frac{63 \cdot 3}{4}$	$\frac{63 \cdot 4}{4}$	$\frac{63 \cdot 5}{4}$	$\frac{63 \cdot 6}{4}$
2	$\frac{63 \cdot 1}{5}$	$\frac{63 \cdot 2}{5}$	$\frac{63 \cdot 3}{5}$	$\frac{63 \cdot 4}{5}$	$\frac{63 \cdot 5}{5}$	$\frac{63 \cdot 6}{5}$
3	$\frac{63 \cdot 1}{6}$	$\frac{63 \cdot 2}{6}$	$\frac{63 \cdot 3}{6}$	$\frac{63 \cdot 4}{6}$	$\frac{63 \cdot 5}{6}$	$\frac{63 \cdot 6}{6}$
4	$\frac{63 \cdot 1}{7}$	$\frac{63 \cdot 2}{7}$	$\frac{63 \cdot 3}{7}$	$\frac{63 \cdot 4}{7}$	$\frac{63 \cdot 5}{7}$	$\frac{63 \cdot 6}{7}$
5	$\frac{63 \cdot 1}{8}$	$\frac{63 \cdot 2}{8}$	$\frac{63 \cdot 3}{8}$	$\frac{63 \cdot 4}{8}$	$\frac{63 \cdot 5}{8}$	$\frac{63 \cdot 6}{8}$
6	$\frac{63 \cdot 1}{9}$	$\frac{63 \cdot 2}{9}$	$\frac{63 \cdot 3}{9}$	$\frac{63 \cdot 4}{9}$	$\frac{63 \cdot 5}{9}$	$\frac{63 \cdot 6}{9}$

③

$$(1) \quad s^2 + t^2 \leq 6 \quad \cdots \textcircled{1}$$

について、

$$s+t=x, \quad st=y$$

とおくと s, t は実数だから、 s, t を解にもつ 2 次方程式

$$u^2 - xu + y = 0$$

は実数解をもつから、

$$x^2 - 4y \geq 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

をみたす。このとき①より、

$$(s+t)^2 - 2st \leq 6$$

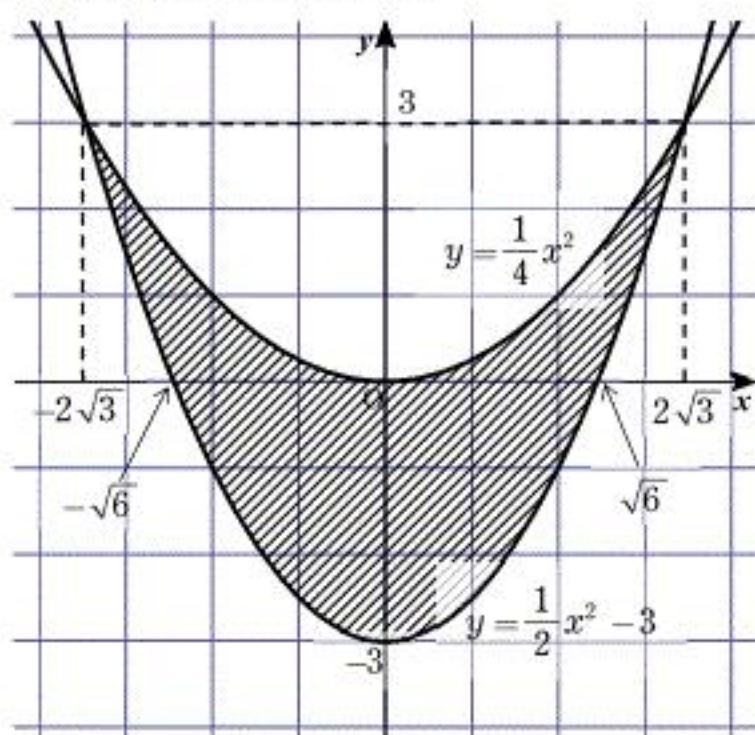
$$x^2 - 2y \leq 6 \quad \cdots \textcircled{3}$$

ここで $x=2, y=\sqrt{2}$ を②の左辺の式へ代入すると、

$$2^2 - 4 \cdot \sqrt{2} = 4(1 - \sqrt{2}) < 0$$

となり、②は成立せず不適。よって、 $(2, \sqrt{2})$ は領域 A の点ではない。 …答

(2) 領域 A は②かつ③を満たす点 (x, y) の存在領域であり、図の斜線部分(境界を含む)となる。



(3) 図において、 $0 \leq t \leq \sqrt{6}$ のとき、

$$M = \frac{1}{4}t^2, \quad N = 3 - \frac{1}{2}t^2$$

とすると、

$$\begin{aligned} M - N &= \frac{1}{4}t^2 - \left(3 - \frac{1}{2}t^2\right) \\ &= \frac{3}{4}(t+2)(t-2) \end{aligned}$$

よって、

$$0 \leq t \leq 2 \text{ のとき、} M \leq N$$

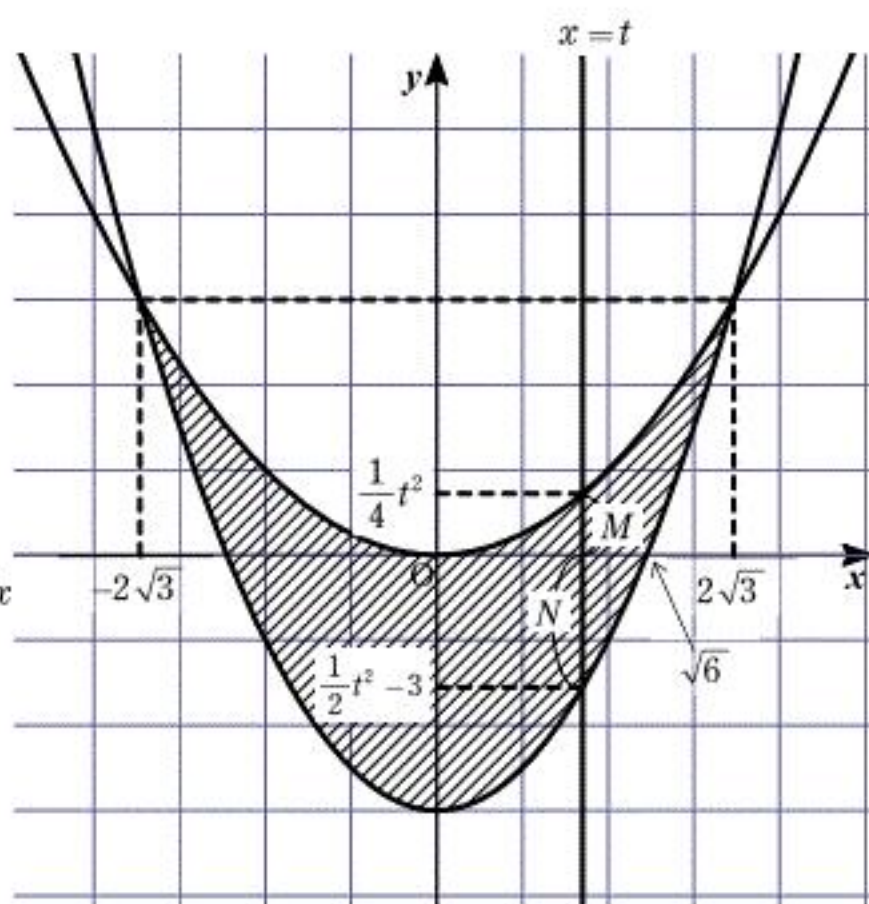
$$2 \leq t \leq \sqrt{6} \text{ のとき、} M \geq N$$

である。よって、求める体積を V とすると、

$$\begin{aligned} \frac{V}{2\pi} &= \int_0^2 \left(\frac{1}{2}x^2 - 3 \right)^2 dx + \int_2^{2\sqrt{3}} \left(\frac{1}{4}x^2 \right)^2 dx \\ &\quad - \int_{\sqrt{6}}^{2\sqrt{3}} \left(\frac{1}{2}x^2 - 3 \right)^2 dx \\ &= \int_0^2 \left(\frac{1}{4}x^4 - 3x^2 + 9 \right) dx \\ &\quad + \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{1}{16}x^4 dx \\ &\quad - \int_{\sqrt{6}}^{2\sqrt{3}} \left(\frac{1}{4}x^4 - 3x^2 + 9 \right) dx \\ &= \left[\frac{1}{20}x^5 - x^3 + 9x \right]_0^2 + \left[\frac{1}{80}x^5 \right]_2^{2\sqrt{3}} - \left[\frac{1}{20}x^5 - x^3 + 9x \right]_{\sqrt{6}}^{2\sqrt{3}} \\ &= \frac{56 + 24(\sqrt{6} - \sqrt{3})}{5} \end{aligned}$$

よって、

$$V = \frac{112 + 48(\sqrt{6} - \sqrt{3})}{5} \pi \quad \cdots \text{答}$$



[4]

(1) p, q の最大公約数を (p, q) で表すとする。このとき、ユークリッドの互除法の原理により、

$$(p, q) = (p, p+q) = (p+q, q) \quad \cdots \ast$$

が成立する。よって、 $(1, 1) = 1$ をスタートにして $\ast$ の操作で得られる 2 数は全て互いに素だから、樹形図に現れる分数はすべて既約分数である。 $\cdots$ 証明終わり

また、

$$(p, q) = (p, q-p) \quad (q-p > 0)$$

$$(p, q) = (p-q, q) \quad (p-q > 0)$$

も成立することに注意する。

(2) 樹形図に現れない分数 $\frac{q}{r}$ (q, r は互いに素な自然数) が存在すると仮定する。

以下、この分数について考察する。

(i) $q=r=1$ のとき、 $\frac{1}{1}$ が存在するので、矛盾。

(ii) $q > r$ とする。 q を r で割ったときの商を s 、余りを t として、

$$q = rs + t \quad (0 < t < r)$$

が成立し、 $(q, r) = (r, t) = 1$ を満たす。さて、配置の規則の逆を考えることで、

$$\frac{q}{r} = \frac{rs+t}{r} \rightarrow \frac{r(s-1)+t}{r} \rightarrow \frac{r(s-2)+t}{r} \rightarrow \cdots \rightarrow \frac{r \cdot 1 + t}{r} \rightarrow \frac{t}{r}$$

と樹形図を上の方へと順に遡る(さかのぼる)ことができ、すべて既約分数である。さらに、 r を t で割ったときの商を u 、余りを v として、

$$r = tu + v \quad (0 < v < t)$$

とすると、

$$\frac{t}{r} = \frac{t}{tu+v} \rightarrow \frac{t}{t(u-1)+v} \rightarrow \frac{t}{t(u-2)+v} \rightarrow \cdots \rightarrow \frac{t}{t \cdot 1 + v} \rightarrow \frac{t}{v}$$

と樹形図を上を遡ることができ、すべて既約分数である。

これらを繰り返すことで、ユークリッドの互除法の原理から、

$$\frac{q}{r} \text{ から、 } \frac{1}{w} \text{ または } \frac{w}{1} \quad (w \text{ は自然数})$$

へと遡ることができる。しかし、 $\frac{1}{w}$ や $\frac{w}{1}$ は上から w 段目に存在し、これをスタートにして

$\frac{q}{r}$ へと至るルート(辿り方)が存在するので、これは矛盾。この結果は $q < r$ をスタートにして考えても同様である。

以上より、すべての正の有理数がこの樹形図に現れる。 $\cdots$ 証明終わり

(3) 樹形図に現れる分数で、異なる場所に同じ分数が現れたとする。

このとき、その分数を $\frac{q}{r}$ とすると、

(2) と同様の考察により、

異なるルート(辿り方)で、

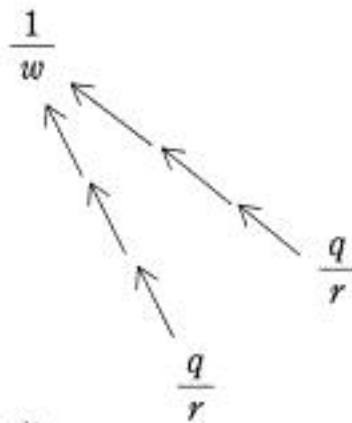
$$\text{同じ数 } \frac{1}{w} \text{ または } \frac{w}{1} \quad (w \text{ は自然数})$$

に遡り、至る。

しかし、(2) の計算の過程から、そのルートは完全に一致する

必要があり、これは矛盾。

したがって、この樹形図に現れる有理数はすべて異なる。 $\cdots$ 証明終わり



(4) (2) により $\frac{19}{44}$ は樹形図に存在している。また(3)によりただ 1 つである。そこで、

$\frac{19}{44}$ から(2)の考察で行った遡る計算を行ってみる。すると、

$44 = 19 \cdot 2 + 6$ から、

$$\frac{19}{44} = \frac{19}{19 \cdot 2 + 6} \rightarrow \frac{19}{19 \cdot 1 + 6} \rightarrow \frac{19}{6}$$

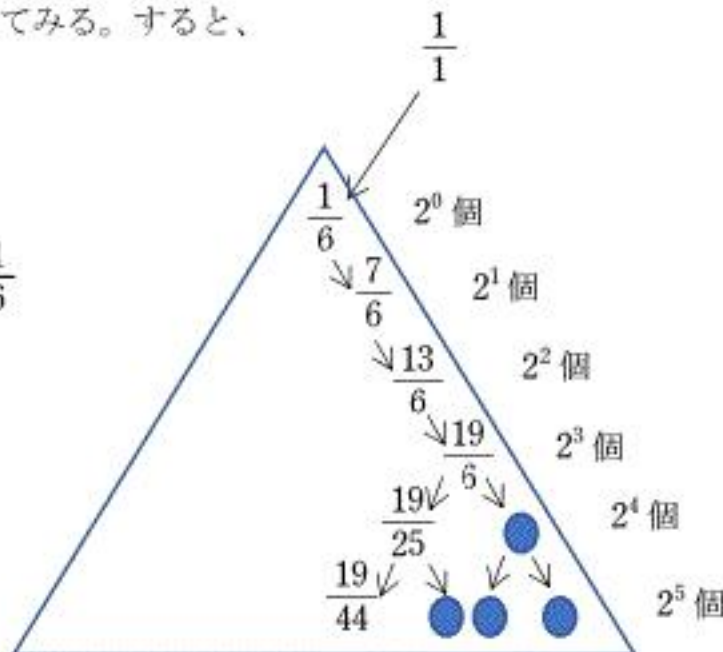
$19 = 6 \cdot 3 + 1$ から、

$$\frac{19}{6} \rightarrow \frac{6 \cdot 3 + 1}{6} \rightarrow \frac{6 \cdot 2 + 1}{6} \rightarrow \frac{6 \cdot 1 + 1}{6} = \frac{1}{6}$$

よって、右のような樹形図となり、

上から 1 1 段目の左から

$$2^5 - 3 = 29 \text{ (番目)} \quad \cdots \text{答}$$



⑤

$$S_1: (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 7$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 4 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$S_2: (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 6z + 21 = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

について、①の左辺を $f(x, y, z)$ 、②の左辺を $g(x, y, z)$ とおく。このとき、

$$f(x, y, z) + kg(x, y, z) = 0 \quad \cdots \textcircled{3}$$

を考える。③は S_1, S_2 の共通部分 C をすべて通る図形を表す。

以下、これを示す。

まずは、

S_1 は中心が $(1, 1, 1)$ で半径が $\sqrt{7}$ の球面

S_2 は中心が $(2, 3, 3)$ で半径が 1 の球面

である。中心間の距離を d とすると、

$$d = \sqrt{(2-1)^2 + (3-1)^2 + (3-1)^2} = 3$$

であり、

$$|1 - \sqrt{7}| < d < 1 + \sqrt{7}$$

が成立するので、確かに S_1 と S_2 は共通部分 C をもち、円である。

そこで、 C 上の任意の点の 1 つを (x_1, y_1, z_1) とすると、これは S_1 上の点でもあるから、

$$f(x_1, y_1, z_1) = 0 \quad \cdots \textcircled{4}$$

を満たす。同様に

$$g(x_1, y_1, z_1) = 0 \quad \cdots \textcircled{5}$$

が成立する。すると、③で $x = x_1, y = y_1, z = z_1$ とすると、④、⑤より

$$f(x_1, y_1, z_1) + kg(x_1, y_1, z_1) = 0 + k \cdot 0 = 0$$

が成立するから、点 (x_1, y_1, z_1) は③が表す図形上に存在する。

以上から③は S_1, S_2 の共通部分 C をすべて通る図形である。

(1) $k \neq -1$ とする。このとき、

$$\textcircled{3} \Leftrightarrow \left(x - \frac{1+2k}{1+k}\right)^2 + \left(y - \frac{1+3k}{1+k}\right)^2 + \left(z - \frac{1+3k}{1+k}\right)^2 = \frac{k^2 - k + 7}{(1+k)^2} \quad \cdots \textcircled{6}$$

について、 $k^2 - k + 7 = \left(k - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{27}{4} > 0$ であるから、これは中心が点 $\left(\frac{1+2k}{1+k}, \frac{1+3k}{1+k}, \frac{1+3k}{1+k}\right)$

である半径 $\sqrt{\frac{k^2 - k + 7}{(1+k)^2}}$ の球面である。

$$\frac{k^2 - k + 7}{(1+k)^2} = \frac{(1+k)^2 - 3(1+k) + 9}{(1+k)^2} = 9 \left\{ \left(\frac{1}{1+k}\right) - \frac{1}{6} \right\}^2 + \frac{3}{4}$$

よりこれは $\frac{1}{1+k} = \frac{1}{6}$ 、つまり $k = 5$ のとき最小となるから、

⑥で $k = 5$ として、

$$\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{8}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{8}{3}\right)^2 = \frac{3}{4} \quad \cdots \text{答}$$

※ ⑥で $k = -1$ とすると、 $2x + 4y + 4z - 25 = 0 \quad \cdots \textcircled{7}$ となり、これは円 C を含む平面である。

S_1 の中心と⑦の距離を d として、

$$d = \frac{|2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 25|}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2}} = \frac{5}{2} \quad (\text{点と平面の距離})$$

から円 C の半径は $\sqrt{(\sqrt{7})^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ であり、これより $\sqrt{\frac{k^2 - k + 7}{(1+k)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ を解いて $k = 5$ となる。

$$(2) \quad \frac{k^2 - k + 7}{(1+k)^2} = 3$$

を解く。

$$k^2 - k + 7 = 3(1+k)^2$$

$$2k^2 + 7k - 4 = 0$$

$$(2k-1)(k+4) = 0$$

$$k = \frac{1}{2}, -4$$

よって、⑥で $k = \frac{1}{2}$ として、

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{5}{3}\right)^2 = 3 \quad \cdots \text{答}$$

⑥で $k = -4$ として、

$$\left(x - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{11}{3}\right)^2 = 3 \quad \cdots \text{答}$$