【第一群：数学Ⅰ・Ⅱ・A・B】

Ⅰ　次の$\boxed{}$の中を適当に補って，それを答案用紙に書け．証明や説明は必要としない．（60 点）

(1) 2009の約数は自身も含めて$\boxed{\text{(a)}}$個ある．

(2) $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \cdots + \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = \boxed{\text{(b)}}$

(3) $\frac{d}{dx}\int_{-x}^{x}(t^2+1)dt = \boxed{\text{(c)}}$

Ⅱ　y軸上に下から順に点 A_0, A_1, $\cdots$, 曲線$y = x^2$上のxが正の部分に点 B_1,B_2,$\cdots$があり,点 A_0は原点で，$n = 1, 2, \ldots$に対して，3 点 A_{n-1}, A_n, B_nは正三角形となる．そのとき，次の問いに答えよ.（40 点）

(1) 点 B_1の座標を求めよ.

(2) 点 B_2の座標を求めよ.

(3) 点 A_nの座標が$\left(0, \frac{n(n+1)}{3}\right)$ であることを数学的帰納法により証明せよ.

Ⅲ　次の$\boxed{}$の中を適当に補って，それを答案用紙に書け．証明や説明は必要としない．（60 点）

(1) $\vec{a} = (-1, 3), \vec{b} = (m, n)$ (m と n は正の実数)，$|\vec{b}| = 2\sqrt{5}$のとき，$\vec{a}$と$\vec{b}$のなす角は$\frac{\pi}{4}$である．

このとき，m, nを求めると$(m, n) = \boxed{\text{（ア）}}$

(2) $-\frac{\pi}{2} \leqq \theta < \frac{\pi}{2}$ とするとき，方程式 $1 + \cos 2\theta + \cos 4\theta = 0$を解くと，$\theta = \boxed{\text{（イ）}}$.

(3) $t > 0$とするとき，曲線 C : $y = x^2$上の点 P(t, t^2)における C の法線(P を通り，P における C の接線と垂直に交わる直線)は，点$(-2,4)$を通るという．そのとき，tの値を全て求めると$t = \boxed{\text{（ウ）}}$.

Ⅳ　x, yを実数とするとき，次の問いに答えよ.（40 点）

(1) 不等式$x^2 + y^2 \leqq |x| + |y|$を満たす領域を図示せよ.

(2) (1)で図示した領域の面積を求めよ.

【第二群：数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B・C】

Ⅰ　〔第一群〕Ⅰに同じ。

Ⅱ　〔第一群〕Ⅱに同じ。

Ⅲ　〔第一群〕Ⅲに同じ。

Ⅳ　xを正の実数とするとき，次の問いに答えよ.（40 点）

（1）関数$f(x) = x^{\frac{1}{x}}$の極値を求めよ.

(2)$e^{\frac{1}{e}} > \sqrt[3]{3}$ であることを証明せよ.